



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
Faculdade de Ciências e Letras  
Campus de Araraquara - SP**

VINICIUS GORLA PROTO

**PROPOSTA METODOLÓGICA DE  
ELABORAÇÃO DE ITENS PARA VERIFICAR O  
CONHECIMENTO DOCENTE: UM ESTUDO  
SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO  
PARA O ENSINO (MKT)**



ARARAQUARA – S.P.  
2020

VINICIUS GORLA PROTO

**PROPOSTA METODOLÓGICA DE  
ELABORAÇÃO DE ITENS PARA VERIFICAR O  
CONHECIMENTO DOCENTE: UM ESTUDO  
SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O  
ENSINO (MKT)**

Tese de Doutorado, apresentado ao Conselho, Programa Educação Escolar da Faculdade de Ciências e Letras – Unesp/Araraquara, como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação.

**Linha de pesquisa:** Formação do Professor, Trabalho Docente e Práticas Pedagógicas.

**Orientador:** Professor Dr. Edson do Carmo Inforsato.

ARARAQUARA – SP

2020

P967p

Proto, Vinicius Gorla

Proposta metodológica de elaboração de itens para verificar o conhecimento docente : um estudo sobre o conhecimento matemático para o ensino (MKT) / Vinicius Gorla Proto. -- Araraquara, 2020  
101 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),  
Faculdade de Ciências e Letras, Araraquara  
Orientador: Edson do Carmo Inforsato

1. Educação. 2. Professores Formação. 3. Matemática (Ensino médio). I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Ciências e Letras, Araraquara. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

VINICIUS GORLA PROTO

# **PROPOSTA METODOLÓGICA DE ELABORAÇÃO DE ITENS PARA VERIFICAR O CONHECIMENTO DOCENTE: UM ESTUDO SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO (MKT)**

Tese de Doutorado, apresentado ao Conselho, Programa Educação Escolar da Faculdade de Ciências e Letras – Unesp/Araraquara, como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação.

**Linha de pesquisa:** Formação do Professor, Trabalho Docente e Práticas Pedagógicas.

**Orientador:** Professor Dr. Edson do Carmo Inforsato.

Data da defesa: 17/12/2020

## **MEMBROS COMPONENTES DA BANCA EXAMINADORA:**

---

**Presidente e Orientador:** Prof. Dr. Edson do Carmo Inforsato  
UNESP - Campus de Araraquara – SP

---

**Membro Titular:** Prof<sup>ª</sup>. Dra. Zulind Luzmarina Freitas  
UNESP - Campus de Araraquara – SP

---

**Membro Titular:** Prof<sup>ª</sup>. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin  
UNESP - Campus de Araraquara – SP

---

**Membro Titular:** Prof<sup>ª</sup>. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros  
UNESP - Campus de São José do Rio Preto – SP

---

**Membro Titular:** Prof. Dr. Luciano Fernandes Silva  
UNIFEI – Campus de Itajubá – MG

**Local:** Universidade Estadual Paulista  
Faculdade de Ciências e Letras  
**UNESP – Campus de Araraquara**

Àqueles que dividem comigo a certeza de que um país melhor se fará por meio de uma educação  
melhor.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e à minha irmã, que desde sempre cultivaram em mim a estima pela educação e, também, pela admiração mútua, que retroalimenta um ciclo de motivação e orgulho a cada conquista da vida.

À Mayara, minha esposa e mais fiel amiga, por viver comigo os meus sonhos, elaborar comigo minhas angústias, acreditar em mim, me incentivar e por ajudar a tornar as coisas mais leves.

A todos os educadores e educadoras da minha família, por conservarem a nobreza que é se dedicar à educação. Em especial à memória da minha madrinha Leninha, tia querida e mentora profissional, por me mostrar que educar vai além dos conteúdos e que, como professores, temos a responsabilidade de protagonizar mudanças na educação, seja pela aprendizagem de um pequeno grupo de alunos em uma escola ou pela qualidade do sistema educacional da sociedade a qual pertencço.

A todos os meus colegas de profissão, por suas contribuições que me transformaram no professor que sou hoje. Em especial, alguns deles precisam ser destacados aqui, não só por terem se tornado amigos, mas também por seus papéis na minha trajetória. Ao Fred, por me acolher no início da carreira e pela generosidade e disposição em dividir comigo sua experiência, processo que certamente motivou as reflexões que embrionaram este doutorado. Ao Daniel e ao Pedro, por serem referências para mim, pelas inúmeras trocas sobre o conteúdo e como ensiná-lo e, principalmente, por doarem seu tempo para auxiliarem no desenvolvimento de uma importante etapa desta pesquisa. Por fim, ao Felps, por todas as conversas, sobre educação ou qualquer outra coisa, por compartilhar comigo sua criticidade e seu repertório e por me ajudar a desenvolver algumas habilidades que foram essenciais para o desenvolvimento deste doutorado.

Aos especialistas Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros, Dr. Ricardo Nicasso Benito, Dr. Rafael Almeida e Dra. Rita de Cassia Pavan Lamas, por seu tempo e suas importantes contribuições com seus pareceres para a validação dos itens desta pesquisa.

Aos professores Dênis, Letícia, Christian e Milena, por suas participações com valiosas contribuições para o processo de validação dos itens desta pesquisa.

Ao meu orientador, pelo acolhimento, pelo conhecimento compartilhado, pelo respeito à minha opção de me manter na sala de aula enquanto desenvolvi este doutorado e por apontar os caminhos.

“Aquilo que não se pode medir, não se pode melhorar.”

William Thomson – ou Lord Kelvin

## RESUMO

A eficácia da formação docente é um importante pilar na busca pela melhoria da qualidade da educação básica no Brasil. Para apreciar os cursos de licenciatura, é necessário, antes, definir com clareza quais conhecimentos se espera verificar nos concluintes desses cursos, ou seja, o que é necessário que os professores saibam e sejam capazes de fazer para que possam ensinar de maneira efetiva. Nesse sentido, Shulman elabora o conceito do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (PCK), que seria, em linhas gerais, a expressão do saber ensinar dos professores, manifestada por meio de suas explicações, exemplos, analogias e formas de representação do conteúdo que o fazem compreensível aos alunos. A partir da concepção do PCK, muitas pesquisas passaram a investigá-lo sob diferentes aspectos como, por exemplo, quais seriam os componentes desse conhecimento, como eles se relacionam, como desenvolvê-lo nos futuros professores e como avaliá-lo. Em particular, Ball, Thames & Phelps propõem o *Conhecimento Matemático para o Ensino* (MKT) como um modelo de organização dos componentes do PCK específico para o ensino de matemática e sugerem a elaboração de instrumentos que avaliem o MKT de professores em larga escala e que permitam a utilização de abordagens quantitativas. Diante disso, esta pesquisa exploratória bibliográfica interpretativa busca revisar a pesquisa a respeito da produção de tais instrumentos e utiliza como fio condutor a elaboração de um conjunto de itens por meio dos quais se possa quantificar o desenvolvimento do MKT de geometria analítica em larga escala nos professores iniciantes de matemática do ensino médio brasileiro e, assim, produzir dados que possibilitem avaliar a formação inicial desses professores. A tópica especificidade do PCK, além de uma importante dimensão contextual em sua concepção, justificam o referido recorte, bem como o esforço para a produção de tais itens a despeito dos já desenvolvidos por outras pesquisas no contexto internacional. Além da revisão bibliográfica do aporte teórico do PCK e do MKT, apresentam-se, também, exemplos de potencialidades da pesquisa quantitativa na área da formação docente, conceitos básicos da psicometria aplicada à validação de instrumentos de avaliação como os que os itens desta pesquisa podem compor, e uma revisão sobre os aspectos metodológicos a respeito da produção e validação de instrumentos desta natureza. Por fim, apresentam-se detalhadamente os aspectos metodológicos da produção e validação dos itens desta pesquisa a fim de inspirar e fornecer recursos para outros esforços na elaboração de itens similares que extrapolem o recorte aqui estabelecido.

**Palavras – chave:** Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), formação de professores, saber ensinar, avaliação docente.



## ABSTRACT

The effectiveness of teacher education is an important pillar in the quest to improve the quality of basic education in Brazil. In order to appreciate undergraduate courses, it is beforehand necessary to clearly define what knowledge is expected to be verified in the graduates of these courses, that is, what is necessary for teachers to know and be able to do so that they can teach effectively. In this way, Shulman conceive the concept of Pedagogical Knowledge of Content (PCK), which in general terms would be the expression of the teachers' teaching knowledge, manifested through their explanations, examples, analogies and forms of representation of the content that they do understandable to students. From the conception of the PCK, many researches investigate it under different aspects, for example, what would be the components of this knowledge, how they relate, how to develop it in future teachers and how to assess it. In particular, Ball, Thames & Phelps propose Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) as a model of organization of the specific PCK components for teaching mathematics and suggest the elaboration of instruments to assess the MKT of teachers on large scale which allow quantitative approaches. In this way, this interpretative bibliographic exploratory research seeks to review the research regarding the production of such instruments and uses as a guideline the elaboration of a set of items through which it is possible to quantify the development of the MKT of analytical geometry on a large scale in beginners mathematics teachers of Brazilian high school and, thus, produce data that make it possible to evaluate the teacher preparation courses. The topic specificity of the PCK, in addition to an important contextual dimension in its conception, justify the referred boundaries, as well as the effort to produce such items despite of those already developed by other researches in the international context. In addition to the bibliographic review of the PCK and the MKT theoretical models, examples of potentialities of quantitative research in teacher education, basic concepts of psychometry applied to the validation of assessment instruments such as the items of this research can compose, and a review of methodological aspects regarding the production and validation of this kind of instruments are also presented. Finally, the methodological aspects of the production and validation of the items in this research are presented in detail in order to inspire and provide resources for other efforts in the elaboration of similar items that go beyond the scope established here.

**Keywords:** Pedagogical Content Knowledge (PCK), Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), teacher education, know how to teach, teacher assessment.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

<b>CCK</b>	Conhecimento Comum do Conteúdo
<b>CK</b>	Conhecimento do Conteúdo
<b>ENEM</b>	Exame Nacional do Ensino Médio
<b>GA</b>	Geometria Analítica
<b>HCK</b>	Conhecimento do Horizonte do Conteúdo
<b>KCC</b>	Conhecimento do Conteúdo e Currículo
<b>KCS</b>	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes
<b>KCT</b>	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino
<b>MKT</b>	Conhecimento Matemático para o Ensino
<b>PCK</b>	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
<b>SCK</b>	Conhecimento Especializado do Conteúdo
<b>TCT</b>	Teoria Clássica dos Testes
<b>TRI</b>	Teoria de Resposta ao Item

## SUMÁRIO

1	<i>INTRODUÇÃO</i> .....	10
2	<i>ASPECTOS METODOLÓGICOS GERAIS E TIPO DE PESQUISA</i> .....	17
3	<i>O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO (PCK) E O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO (MKT)</i> .....	19
3.1	Avaliação (acesso) do PCK.....	26
3.1.1	O panorama da pesquisa sobre PCK no Brasil.....	30
3.1.2	Potencialidades da pesquisa quantitativa em PCK.....	32
3.2	O modelo MKT.....	40
3.2.1	O Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK).....	42
3.2.2	O Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK).....	43
3.2.3	O Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS).....	44
3.2.4	O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT).....	45
4	<i>Os itens desta pesquisa</i> .....	47
4.1	O papel da psicomетria na avaliação de instrumentos: desenvolvimento, validação e confiabilidade.....	50
4.2	Desenvolvimento de itens fechados para avaliar o conhecimento dos professores.....	58
4.3	A importância das situações de ensino nos itens.....	66
4.4	O processo de construção dos itens desta pesquisa.....	72
4.5	Validação dos itens desta pesquisa.....	74
4.5.1	Validação aparente.....	75
4.5.2	Validação cognitiva.....	76
5	<i>CONSIDERAÇÕES FINAIS</i> .....	79
	<i>REFERÊNCIAS</i> .....	84
	<i>APÊNDICES</i> .....	92
	<i>APÊNDICE A – ITENS DESENVOLVIDOS NESTA PESQUISA</i> .....	93

## 1 INTRODUÇÃO

A baixa qualidade da educação básica brasileira tem recebido atenção em diversos setores da sociedade. Ela está presente em discursos políticos, manchetes midiáticas, debates entre leigos e entre os diferentes atores do processo, e é também assunto frequente em investigações acadêmicas. Diante da estreita relação entre o desempenho dos alunos e a qualidade dos professores (CALLINGHAM; CARMICHAEL; WATSON, 2016; HILL; ROWAN; BALL, 2005; OLFOS; GOLDRINE; ESTRELLA, 2014), parece um contrassenso não inserir a eficácia da formação docente como uma variável nesta complexa equação que é a busca pela melhoria da qualidade da educação básica.

Para investigar a qualidade de qualquer processo, exige-se, além de clareza sobre o que se consideram bons resultados, procedimentos de base científica que permitam superar a subjetividade, como os de testar hipóteses e propor soluções baseadas em evidências confiáveis. Por exemplo, um dos instrumentos por meio do qual é possível retratar a qualidade da etapa final do sistema brasileiro de educação básica é o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM<sup>1</sup>, que tem como alguns de seus objetivos o do “desenvolvimento de estudos e indicadores sobre a educação brasileira” e o da “criação de referência nacional para o aperfeiçoamento dos currículos do ensino médio”<sup>2</sup>. Para tanto, foi criada em 1998, e posteriormente reformulada em 2009, uma Matriz de Referência<sup>3</sup> contendo as competências e habilidades nas quais deseja-se observar a proficiência de um aluno concluinte do ensino médio. É com base no texto da Matriz que os itens do ENEM são desenvolvidos para aferir tal proficiência nos aproximadamente sete milhões de candidatos que se submetem ao exame todos os anos.

Em outras palavras, para a qualidade da educação básica, em especial para o ensino médio, existem parâmetros claros sobre o que é considerado um bom resultado, a saber, alunos concluintes que apresentem as competências e habilidades da Matriz bem desenvolvidas. Para fomentar estudos a esse respeito, o ENEM serve como instrumento para a produção de dados quantitativos que permitem identificar deficiências, apontar problemas e, principalmente, testar a eficácia das soluções propostas. Diante disso, a indagação que se coloca é a respeito da utilização desta mesma abordagem para investigar a formação docente. O que se espera de um concluinte dos cursos de formação inicial? Isto é, quais habilidades e

---

<sup>1</sup> Documento Básico do Exame Nacional de Ensino Médio 2002.

<sup>2</sup> Portaria MEC nº 807, de 18 de junho de 2010.

<sup>3</sup> Relatório Final ENEM 1998; Relatório Pedagógico ENEM 2009-2010.

competências comporiam uma possível Matriz de Referência para avaliar a formação dos professores no Brasil? E, ainda que se tenha uma resposta clara para essas perguntas, como traduzir esses parâmetros em itens que possam ser aplicados em escala, como no ENEM, e que produzam dados úteis para a apreciação e elaboração de propostas de reforma para os cursos de licenciatura no Brasil?

No campo das políticas públicas, o Plano Nacional de Educação (2014-2024), Lei nº 13.005/2014, estabelece metas e estratégias para o avanço do quadro educacional, tanto no que diz respeito ao desempenho e acesso dos alunos quanto à valorização e à formação dos professores como, por exemplo, a estratégia 15.6:

Promover a reforma curricular dos cursos de licenciatura e estimular a renovação pedagógica, de forma a assegurar o foco no aprendizado do(a) aluno(a), dividindo a carga horária em formação geral, formação na área do saber e didática específica e incorporando as modernas tecnologias de informação e comunicação, em articulação com a base nacional comum dos currículos da educação básica. (BRASIL, Lei nº 13.005, 2014).

Um bom ponto de partida para o redesenho dos cursos de licenciatura é o entendimento do professor como o profissional responsável pela atuação docente. A partir dessa perspectiva, Tardif (2010) argumenta que os professores não devem ser vistos como sujeitos técnicos, que aplicam conhecimentos produzidos em outras esferas, e nem como agentes sociais, cuja atividade é determinada exclusivamente por mecanismos sociológicos. Ao contrário, seu trabalho deve ser visto como um “espaço prático específico de produção, de transformação e de mobilização de saberes” (p. 237). Sob essa perspectiva, o autor ressalta que:

[...] é estranho que a formação de professores tenha sido e ainda seja bastante dominada por conteúdos e lógicas disciplinares, e não profissionais. Na formação de professores, ensinam-se teorias sociológicas, docimológicas, psicológicas, didáticas, filosóficas, históricas, pedagógicas, etc., que foram concebidas, a maioria das vezes, sem nenhum tipo de relação com o ensino nem com as realidades cotidianas do ofício de professor. [...] somos obrigados a concluir que o principal desafio para a formação de professores, nos próximos anos, será o de abrir um espaço maior para os conhecimentos práticos dentro do próprio currículo. (TARDIF, 2010, p.241)

Propor uma formação inicial, balizada pela apropriação de conhecimentos (práticos) necessários para que um professor ensine de maneira efetiva, demanda, inicialmente, delinear claramente quais são esses conhecimentos e, em seguida, entender como fomentar seu

desenvolvimento. Dias & Lopes (2003), embora críticas das motivações do modelo de formação docente pautada em competências, avaliaram políticas educacionais anteriores e destacaram que essa não é uma tendência tão atual. As autoras ainda concluem que tal modelo é, de fato, eficaz na formação do professor, conforme concebido por Tardif e cujas características estão em acordo com aquelas descritas pelo PNE.

Sobre a sistematização de quais são os *conhecimentos dos professores* (*teachers knowledge*), Fernandez (2015) destaca que tal programa de pesquisa se inaugura em 1968, no congresso do Instituto Nacional de Educação norte-americano (GAGE, 1975 *apud* FERNANDEZ, 2015, p.502) quando Lee Shulman coordenou um painel cujo objetivo era descrever a vida mental dos professores. A autora esclarece, também, que nas pesquisas referentes ao tema desde então, diferentes correntes têm influenciado o uso do termo *saber* em detrimento do termo *conhecimento*. Por exemplo, para Fiorentini, Souza Júnior e Melo

[...] o conhecimento aproximar-se-ia mais com a produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia; o saber, por outro lado, representaria um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas e fazer relativos à prática não possuindo normas rígidas formais de validação. (FIORENTINI, SOUZA JÚNIOR; MELO, 1998 *apud* FERNANDEZ, 2015, p.503)

A autora ainda afirma que Shulman batiza seu programa de pesquisa como “conhecimento de professores” numa tentativa deliberada de elevar ao status de conhecimento, tal como os produzidos academicamente, tudo o que é articulado e produzido pelos professores durante a prática de ensinar.

A partir desse programa, Shulman (1986, p. 9) propõe que para a prática docente os professores devem contar com três categorias de conhecimento: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. Entre esses, o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*<sup>4</sup> se manifesta nos professores mais experientes por meio de suas explicações, exemplos, analogias e formas de representação do conteúdo que o fazem compreensível aos alunos. Em outras palavras, o PCK pode ser sintetizado como o “saber ensinar” de um professor.

Após a concepção do PCK, diversas pesquisas passaram a investigá-lo sob diferentes enfoques com o objetivo de responder questões como: qual é a sua natureza e quais são seus componentes? Como desenvolvê-lo nos futuros professores e como avaliar tal

---

<sup>4</sup> Do inglês *Pedagogical Content Knowledge – PCK*

desenvolvimento? Foi então que em 2012 aconteceu, nos Estados Unidos, um evento denominado *PCK Summit* (Cúpula do PCK), que reuniu pesquisadores de todo o mundo e aproximou conceitos e abordagens nas pesquisas da área, além de promover a superação de divergências e, naturalmente, a inauguração de novos questionamentos. Para uma análise detalhada das produções sobre o PCK sugere-se os trabalhos de Luciane Goes (2014), que apresenta o Estado da Arte da pesquisa nessa área, e de Bruno Gastaldo (2017), que analisa o efeito do *Summit* nessas pesquisas.

Com relação aos componentes do PCK, foram desenvolvidas diversas propostas de modelos, alguns mais genéricos, outros específicos a certos domínios curriculares e, particularmente à matemática, um exemplo é o *Conhecimento Matemático para o Ensino*<sup>5</sup>, proposto por Ball, Thames & Phelps (2008). Em suas pesquisas, o grupo sugere a utilização de abordagens empíricas e a interpretação dos conhecimentos docentes por meio de suas manifestações durante a prática de ensinar, chamadas de tarefas de ensino, a partir das quais o grupo desenvolveu e validou um vasto banco de itens de múltipla escolha para avaliar o MKT de professores em larga escala. As aplicações desses itens fornecem dados quantitativos que possibilitam ao grupo realizar testes de hipóteses e produzir importantes inferências a respeito da formação dos professores, da sua correlação com o desempenho dos estudantes, da eficácia de programas de formação continuada, entre outros. Além disso, as pesquisas do grupo vêm influenciando outros pesquisadores a desenvolver itens similares e a utilizar a mesma abordagem quantitativa na produção e análise dos dados, e é entre essas que esta pesquisa se situa como uma tentativa de contribuir para o desenvolvimento de ferramentas que permitam avaliar e aperfeiçoar a formação inicial dos professores no Brasil.

Pessoalmente, minha trajetória como professor iniciou seguindo a norma. Cursei licenciatura em matemática na UNESP, cumpri muitas horas de estágio observando e sendo observado por professores mais experientes, produzi diversos relatórios e um trabalho de conclusão de curso sobre o ensino de equações exponenciais. Em seguida, ingressei em algumas instituições privadas de ensino atuando como professor assistente de matemática para os alunos do ensino médio e, inicialmente, eu era responsável por tirar as dúvidas dos alunos e ministrar aulas quando algum professor faltava. Foi nesse momento, diante da contradição aparente que consistia em um aluno do mestrado em matemática que não sabia como responder muitas das perguntas feitas por adolescentes no contexto da educação básica, que nasceu a angústia cuja elaboração resultou nesta tese de doutorado. Hoje, enquanto avalio

---

<sup>5</sup> Do inglês *Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*

minha experiência à luz da sistematização de um modelo como o MKT, percebo com clareza que, por vezes, me faltou conhecer o conteúdo de fato; em outras palavras, eu não conhecia as diferentes maneiras de se representar um conteúdo ou resolver um problema; e também existiram situações em que minha atuação foi prejudicada pelo fato de eu não conhecer a maneira como os alunos pensam e quais os erros que eles costumam cometer.

Naquele momento, era razoável esperar que essas deficiências fossem superadas conforme eu acumulasse alguns anos de experiência, mas um fator que parece ter exercido forte influência nesse processo foi eu passar a integrar o corpo docente de uma certa escola privada de Ribeirão Preto. De maneira simplista, faz sentido associar esta influência ao fato de que essa escola ocupava, na época, uma posição de destaque no interior de São Paulo, considerando os resultados no ENEM como indicador de desempenho. Ou seja, em tese eu estaria ali aprendendo com professores muito experientes, já que era estimulado que professores iniciantes assistissem às aulas e participassem de todas as atividades que envolvesse o corpo docente. De fato, depois de algum tempo, eu passei de professor assistente a titular, quando aqueles sintomas da falta do MKT se tornaram bem menos frequentes e eu, de fato, me senti professor. Embora já não me considerasse uma metonímia do professor em constituição, foi nesse momento que as reflexões sobre minha formação se intensificaram e, aliadas à pretensão de ingressar em um programa de doutorado, concretizaram o desejo por pesquisar como o professor aprende a ensinar.

Após superar o desafio de encontrar um orientador disposto a acolher um matemático, mestre em dinâmica não linear, aspirante a educador e que se recusava a abrir mão das suas aulas com o pretexto de que era de lá que vinham todas as suas inspirações, tive meu primeiro contato com o conceito do PCK de Shulman, e a identificação foi imediata, pois se iniciava ali o processo de nomear e sistematizar o produto de todas aquelas reflexões. Tal identificação se tornou uma constante durante todo o desenvolvimento deste doutorado, e a cada pesquisa explorada, o repertório que se constituía tornava ainda mais sólida a simbiose entre a docência e a pesquisa. Um exemplo que merece ser citado aqui é o excerto de Kleickmann *et al.*

Contudo, a experiência sozinha não parece ser o suficiente [...]. Muitos estudos sugerem que a prática de ensino precisa ser combinada com o pensamento reflexivo sobre a prática, com interações de aprendizado não formais com colegas e com oportunidades formais de aprendizado. (KLEICKMANN *et al.*, 2012, p. 3, tradução nossa)<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> *However, teaching experience alone does not seem to be sufficient [...]. Several studies suggest that teaching experience needs to be coupled with thoughtful reflection on instructional practice, with nonformal learning*



Foi aí que eu compreendi como fazer parte do corpo docente daquela escola foi determinante na minha formação. Não só por poder observar professores excelentes em ação, mas pelas incontáveis trocas ocorridas durante os intervalos e horários de almoço, nos quais era uma característica da equipe de matemática ter a atenção de todos voltada para um problema ou para algum aspecto do conteúdo como, por exemplo, as maneiras de abordá-lo. Por fim, eu humildemente considero minha trajetória como um caso de sucesso e, consciente da complexidade que possui a formação docente, desejo contribuir, no âmbito da pesquisa, com a proposta de uma ferramenta que permita quantificar o saber ensinar de um professor e, desta forma, testar hipóteses a respeito de sua formação, para então, generalizar experiências bem sucedidas de modo que bons professores, isto é, aqueles com o PCK bem desenvolvido não sejam produtos do acaso, mas sim, de iniciativas deliberadas e comprovadamente eficazes.

Entretanto, o desenvolvimento de tal ferramenta se mostrou mais complexo e desafiador do que o esperado. Para efeito de comparação: enquanto professor eu sei como avaliar se um aluno aprendeu os conceitos e os procedimentos inerentes à geometria analítica, pois eu mesmo os conheço, e sei também qual o tipo de tarefa que um aluno do ensino médio deve ser capaz de executar, ou seja, eu sei como deve se parecer um instrumento cujo objetivo seja fazer tal avaliação. Por outro lado, enquanto pesquisador, foi preciso, antes, investigar quais são os conhecimentos necessários para ensinar geometria analítica, determinar quais são as tarefas que um professor de ensino médio deve ser capaz de executar e, então, descobrir como deve ser um instrumento que se proponha a avaliar esse professor. Em síntese, a questão de pesquisa que aqui se coloca é: como desenvolver uma ferramenta que possa quantificar o PCK dos professores em larga escala? Naturalmente, ela motiva questões subsidiárias como: quais são os conhecimentos necessários para ensinar matemática no ensino médio? Ou seja, quais são os componentes do PCK do professor nesse contexto? Ainda: como elaborar perguntas para verificar seu desenvolvimento de modo que elas possam constituir um instrumento que seja aplicável em larga escala? E finalmente: como ter certeza de que elas verificam, de fato, tais conhecimentos nos professores e não alguma outra característica?

Dessa forma, o presente trabalho se caracteriza como uma pesquisa bibliográfica exploratória interpretativa e intenta responder a tais questões utilizando, como fio condutor, a

elaboração de um conjunto de itens por meio dos quais se possa quantificar o desenvolvimento do MKT de geometria analítica em larga escala nos professores iniciantes de matemática do ensino médio brasileiro e, assim, produzir dados que possibilitem avaliar a formação inicial desses professores. Como será exposto adiante, o PCK é um construto tópico específico e, por isso, faz-se necessário um recorte no conteúdo que será avaliado. A escolha da geometria analítica se justifica pela afinidade do pesquisador, no sentido da experiência com o ensino desse conteúdo de modo a estabelecer um diálogo consistente com os conceitos do PCK e do MKT.

No contexto educacional, o termo avaliar pode apresentar uma vasta quantidade de conceituações. Entretanto, neste texto será utilizado com seu sentido usual, o de atribuir valor a algo ou a algum processo. Assim, entende-se como equivalentes as expressões “avaliar o (conhecimento do) professor”, “verificar o (desenvolvimento do) conhecimento”, “quantificar o (nível de) conhecimento”, “medir o conhecimento”, entre outras.

Na seção 2 serão apresentados os aspectos metodológicos desta pesquisa. Na seção 3 é compendiado o aporte teórico e grande parte do levantamento bibliográfico efetuado. Em especial, a seção 3.1.2 reúne pesquisas no contexto internacional com o objetivo de explicitar as potencialidades da pesquisa quantitativa em PCK e a seção 3.2 dedica-se a explorar o MKT, que é um modelo do PCK específico para o ensino de matemática. A seção 4 contém o levantamento bibliográfico a respeito do processo de produção e validação de itens fechados para a avaliação do conhecimento docente. Também compartilha os aspectos metodológicos derivados da colaboração com outros pesquisadores experientes em tais processos, de modo a oferecer suporte para pesquisas que intentem produzir itens equivalentes e que contemplem conteúdos, disciplinas e contextos além dos limites aqui estipulados.

## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS GERAIS E TIPO DE PESQUISA

Esta pesquisa se caracteriza como uma pesquisa exploratória bibliográfica (GIL, 2002) interpretativa, já que, como o autor destaca, a pesquisa exploratória tem “como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito” (p. 41) e, em geral, essas pesquisas envolvem, além do levantamento bibliográfico, entrevistas com pessoas que possuem experiência com o problema pesquisado e análise de exemplos que estimulem sua compreensão.

Todo o levantamento bibliográfico desta pesquisa foi efetuado por meio de repositórios digitais de pesquisa, como o Repositório Institucional UNESP<sup>7</sup>, Repositório da Produção Científica do CRUESP<sup>8</sup>, Scielo Brasil<sup>9</sup>, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP<sup>10</sup>, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES<sup>11</sup>, Taylor & Francis<sup>12</sup>, Eric<sup>13</sup>, Periódicos CAPES<sup>14</sup>, Google Scholar<sup>15</sup>, Springer<sup>16</sup> e Science Direct<sup>17</sup>. O acesso às publicações foi garantido pela utilização do VPN da UNESP, que possui convênio com inúmeras editoras e revistas. Após a obtenção e leitura preliminar das pesquisas, elas foram importadas para o software de gerenciamento de referências Mendeley<sup>18</sup> e organizadas de acordo com as etapas desta pesquisa. Ou seja, foram agrupadas as pesquisas que serviriam como: referência para o desenvolvimento teórico do PCK e do MKT (itens 3 e 3.2 deste texto); levantamento para estabelecer o panorama nacional da pesquisa em PCK (item 3.1.1); exemplos de aplicações e potencialidades da pesquisa quantitativa em PCK (item 3.1.2); embasamento para a defesa da utilização de instrumentos fechados de avaliação (item 4); apresentação teórica da psicometria e seu papel na construção de avaliações (item 4.1); e referências para a construção e validação de instrumentos fechados para a avaliação do PCK (itens 4.2 e 4.3).

Por fim, o processo de construção e a validação dos itens (itens 4.4 e 4.5), que orientou o desenvolvimento desta pesquisa bibliográfica, baseou-se em aspectos metodológicos inspirados tanto nas pesquisas apresentadas como referências no assunto quanto em

---

<sup>7</sup> <https://repositorio.unesp.br>

<sup>8</sup> <http://www.cruesp.sibi.usp.br>

<sup>9</sup> <http://www.scielo.br>

<sup>10</sup> <http://www.teses.usp.br>

<sup>11</sup> <http://catalogodeteses.capes.gov.br>

<sup>12</sup> <https://www.tandfonline.com>

<sup>13</sup> <https://eric.ed.gov/>

<sup>14</sup> <http://www.periodicos.capes.gov.br>

<sup>15</sup> <https://scholar.google.com.br/>

<sup>16</sup> <https://www.springer.com/>

<sup>17</sup> <https://www.sciencedirect.com>

<sup>18</sup> <https://www.mendeley.com/>

comunicações pessoais com outros autores que desenvolvem pesquisas similares no contexto internacional. Tais aspectos serão explicitados nas respectivas seções.

### 3 O CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DO CONTEÚDO (PCK) E O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO (MKT)

Após a concepção do PCK em 1986, diversos pesquisadores contribuíram para a construção de uma definição para esse conceito, propuseram modelos de organização para a base dos conhecimentos dos professores e de seus componentes, sugeriram mecanismos para avaliá-lo e até mesmo questionaram sua natureza. Nesta seção será apresentada uma revisão da bibliografia sobre os aspectos relevantes para esta pesquisa.

As diversas definições de PCK encontradas na literatura são, muitas vezes, complementares, embora seja possível encontrar alguns pontos de tangência. Shulman (1986) originalmente define o PCK através de suas manifestações nos professores:

Na categoria do conhecimento pedagógico do conteúdo eu incluo, para os tópicos mais regularmente ensinados em cada área, as formas de representação mais utilizadas para aquelas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações – em uma palavra, as maneiras de representar e formular a matéria que a faz compreensível aos outros. Uma vez que não existe uma única e mais poderosa forma de representação, o professor precisa ter em mãos um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas delas derivadas da pesquisa enquanto que outras se originam da sabedoria advinda da prática. (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa).<sup>19</sup>

Cochran, King e DeRuiter (1991) ressaltam que o PCK é produto da combinação de outros conhecimentos:

Conhecimento pedagógico do conteúdo é uma compreensão integrada que é sintetizada a partir do conhecimento do professor sobre pedagogia, conteúdo da matéria, características dos estudantes e do ambiente do contexto de aprendizagem. Em outras palavras, PCK é usar a compreensão do conteúdo da matéria, dos processos de aprendizagem e das estratégias para ensinar o conteúdo específico de uma disciplina de uma maneira que permite aos estudantes construir efetivamente seus próprios conhecimentos num dado contexto. (COCHRAN; KING; DERUITER, 1991, p. 10 tradução nossa).<sup>20</sup>

---

<sup>19</sup> *Within the category of pedagogical content knowledge I include, for the most regularly taught topics in one's subject area, the most useful form of representations of those ideas, the most powerful analogies, illustrations, examples, explanations, and demonstrations – in a word, the ways of representing and formulating the subject that make it comprehensible to others. Since there are no single most powerful forms of representation, the teacher must have at hand a veritable armamentarium of alternative forms of representation, some of which derive from research whereas others originate in the wisdom of practice.* (SHULMAN, 1986, p.9)

<sup>20</sup> *Pedagogical content knowledge is an integrated understanding that is synthesized from teacher knowledge of pedagogy, subject matter content, student characteristics, and the environmental context of learning. In other words, PCK is using the understandings of subject matter concepts, learning processes, and strategies for teaching the specific content of a discipline in a way that enables students to construct their own knowledge effectively in a given context.* (COCHRAN; KING; DERUITER, 1991, p.10)

Loughran, Berry e Mulhall (2012) reforçam o importante papel da prática no processo de desenvolvimento do PCK e destacam seu caráter idiossincrático:

PCK é o conhecimento que o professor desenvolve com o tempo, e através da experiência, sobre como ensinar um conteúdo particular de uma maneira particular a fim de provocar um aumento na compreensão dos estudantes. Contudo, PCK não é uma entidade única que é igual para todos os professores de uma dada disciplina; ele é uma expertise particular com idiossincrasias e importantes diferenças que são influenciadas, pelo menos, pelo contexto de ensino, conteúdo e experiência. (LOUGHRAN; BERRY; MULHALL, 2012, p. 7, tradução nossa).<sup>21</sup>

De onde pode-se derivar uma primeira indagação a respeito da natureza do PCK. Seria ele um conhecimento universal ou individual? As pesquisas recentes, após o *Summit*, acordam sobre “a existência de um PCK Pessoal, que é desenvolvido a partir da *praxis*, e de um PCK Canônico, que pode ser ensinado e pelo qual os professores podem ser avaliados” (GASTALDO, 2017, p. 169). Sobre essa dicotomia, Park e Oliver (2008) sugerem que:

Os professores desenvolvem o PCK através de uma relação encontrada em meio à dinâmica de aquisição de conhecimento, novas aplicações desse conhecimento e reflexão sobre os usos incorporados na prática. Essa afirmação também sustenta a ideia de que os professores não recebem simplesmente o conhecimento que outros criam para ensinar, mas produzem conhecimento para ensinar através de suas próprias experiências. Embora o conhecimento dos professores possa ser influenciado e melhorado pela aprendizagem passiva, as mudanças mais poderosas resultam de experiências na prática. Professores são produtores de conhecimento e não receptores de conhecimento. Essa característica é essencial para ver os professores como profissionais. (PARK; OLIVER, 2008, p. 278, tradução nossa).<sup>22</sup>

Um segundo aspecto sobre a natureza do PCK que orientou investigações ao longo dos anos é o que o relaciona à especificidade, ou seja, o PCK é, como o nome sugere, específico

---

<sup>21</sup> *PCK is the knowledge that teachers develop over time, and through experience, about how to teach particular content in particular ways in order to lead to enhanced student understanding. However, PCK is not a single entity that is the same for all teachers of a given subject area; it is a particular expertise with individual idiosyncrasies and important differences that are influenced by (at least) the teaching context, content, and experience. (LOUGHRAN; BERRY; MULHALL, 2012, p.7).*

<sup>22</sup> *Teachers develop PCK through a relationship found amid the dynamics of knowledge acquisition, new applications of that knowledge, and reflection on the uses embedded in practice. This assertion also supports the idea that teachers do not simply receive knowledge that others create to teach, but produce knowledge for teaching through their own experiences. Although teachers' knowledge can be influenced and improved by receptive learning, the most powerful changes result from experiences in practice. Teachers are knowledge producers not knowledge receivers. This characteristic is essential to view teachers as professionals” (PARK; OLIVER, 2008, p.278). A expressão “aprendizagem passiva” aqui foi escolhida como tradução para a expressão “receptive learning. (WEBB, 2012).*

de algum conteúdo (algum tópico), ou existe um PCK geral para todos os conteúdos de uma disciplina? Ou será que existe, ainda, uma forma geral de PCK que transcenda as disciplinas? Embora haja um consenso, após o *Summit*, de que o PCK seja tópico específico, Veal e Makinster (1999) sugerem, em sua Taxonomia (Figura 1), a existência de um PCK Geral, de um PCK Domínio Específico para cada disciplina e de um PCK Tópico Específico para cada conteúdo da disciplina.

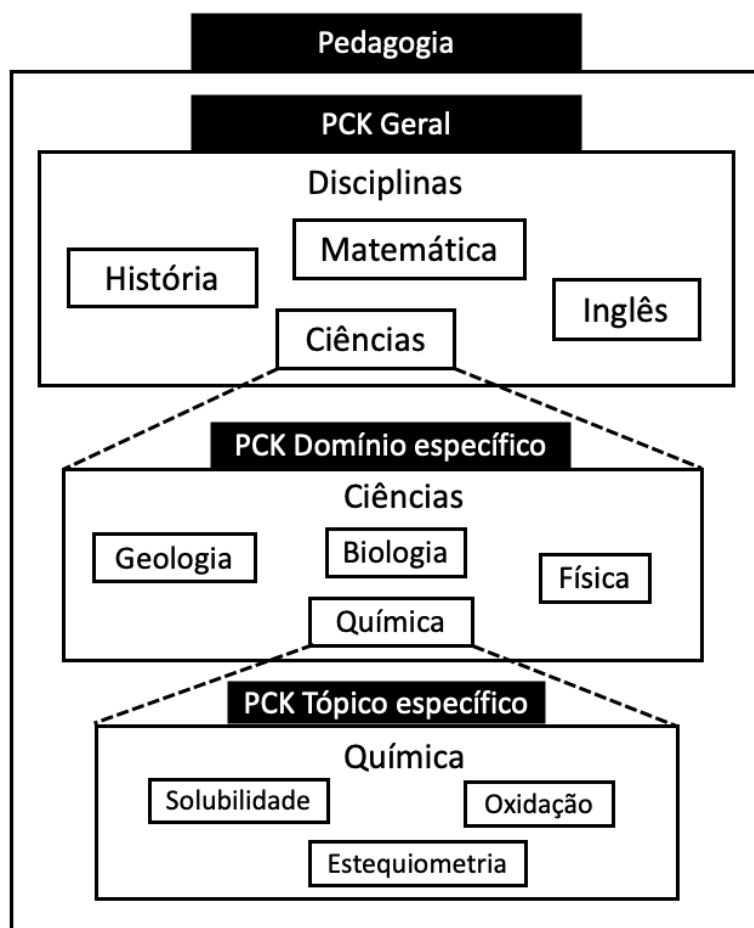


Figura 1: Taxonomia do PCK (Tradução nossa) (VEAL; MAKINSTER, 1999)

Por fim, um terceiro aspecto sobre a natureza do PCK é elucidado pela pesquisa de Gess-Newsome (1999), que propõe dois modelos antagônicos na tentativa de explicar como se dá a sua formação: o *Modelo Integrativo* e o *Modelo Transformativo*. No primeiro, o PCK não existiria como um conhecimento dos professores, mas se expressaria como interseção dos outros conhecimentos, que poderiam ser desenvolvidos de maneira independente como acontece na maioria dos cursos tradicionais de formação de professores, ficando sob a responsabilidade desses cursos fomentar o desenvolvimento das habilidades de integração. No segundo, os conhecimentos básicos interagiriam dando origem a um novo conhecimento, o PCK, que seria aquele efetivamente utilizado durante a prática docente. A respeito da

formação dos professores na perspectiva do *Modelo Transformativo*, a autora sugere que “se o conhecimento é ensinado de uma maneira propositalmente integrada e de uma forma que se assemelha às melhores práticas nas escolas, os alunos devem desenvolver mais rapidamente as habilidades e os conhecimentos necessários para serem professores eficazes” (tradução nossa) (GESS-NEWSOME, 1999, p.14).

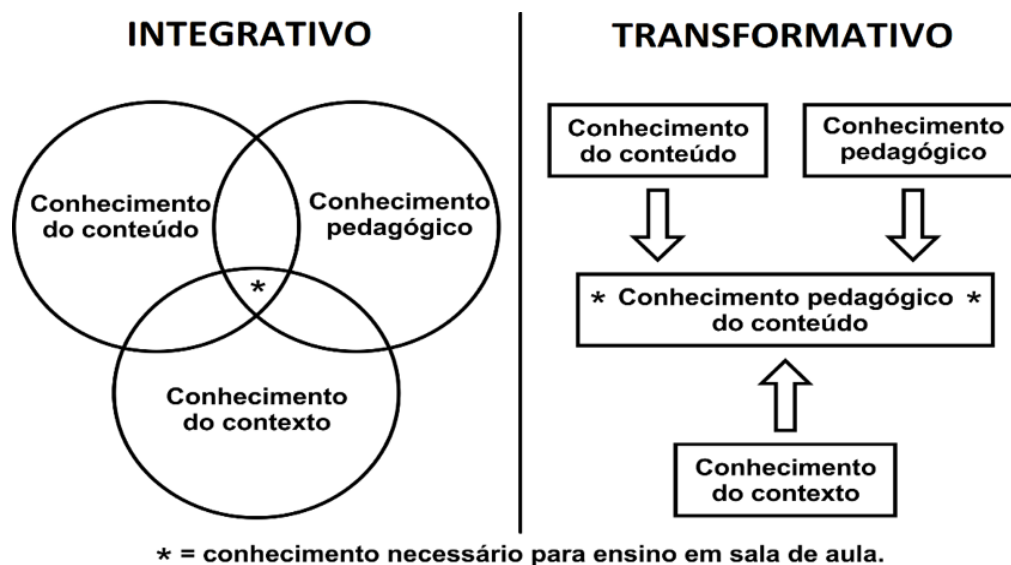


Figura 2: Modelo Integrativo e Modelo Transformativo (tradução nossa) (GESS-NEWSOME, 1999, p.12)

Criando condições para o desenvolvimento de modelos para o PCK, no ano seguinte à inauguração do conceito (SHULMAN, 1986), o autor depurou a base de conhecimentos dos professores, ampliando-a para sete categorias. São elas: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento curricular, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento das características dos estudantes, conhecimento dos contextos educacionais e, ainda, conhecimento das finalidades, propósitos e valores educacionais e seus fundamentos filosóficos e históricos (SHULMAN, 1987, p.8). O autor também destaca que entre esses, o PCK é o que distingue um professor de um especialista no conteúdo.

Em seguida, Grossman (1990), cuja tese de doutorado foi orientada por Shulman, sintetizou tais categorias em quatro: (a) conhecimento pedagógico geral, (b) conhecimento do tema<sup>23</sup>, (c) conhecimento do contexto e (d) conhecimento pedagógico do conteúdo. Desses, o PCK ocupa uma posição central, influencia e é influenciado pelos outros conhecimentos (FERNANDEZ, 2015; GOES, 2014) e é constituído dos seguintes componentes: (i)

<sup>23</sup> A autora utiliza o termo *Subject Matter Knowledge*, enquanto Shulman (1986, 1987) utiliza *Subject Matter Content Knowledge*. A tradução adotada aqui é a mesma de Fernandez (2015), que argumenta tornar, assim, a categoria mais abrangente.



conhecimento da compreensão dos estudantes, (ii) conhecimento do currículo, (iii) conhecimento das estratégias instrucionais e (iv) concepção dos propósitos para ensinar um conteúdo específico, ao qual os primeiros três estão subordinados, como pode-se perceber na Figura 3.

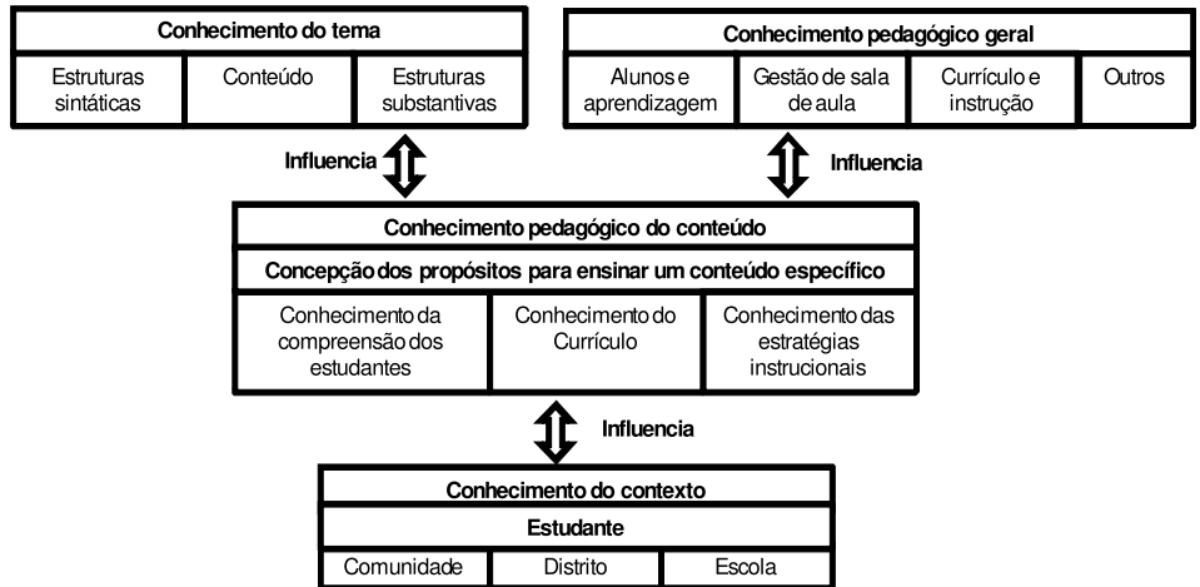


Figura 3: Modelo de conhecimento de professores (GROSSMAN, 1990 *apud* GOES, 2014, p.49)

Acerca das categorias propostas por Grossman, pode-se considerar que o conhecimento pedagógico geral trata do domínio que o professor possui sobre as teorias pedagógicas e suas diretrizes no processo de ensino; engloba sua visão sobre ensino e aprendizagem e sobre os papéis do aluno e do professor nesse processo. É nele que se fundamenta o repertório que orienta a gestão da sala de aula e a prática docente. Morine-Dersheimer e Kent (1999) defendem que este conhecimento resulta da formação do professor, que se baseia nas pesquisas sobre ensino-aprendizagem, e é reforçado por um conhecimento pedagógico pessoal, o qual é alimentado por crenças pessoais e pelas experiências profissionais de cada um.

O conhecimento do contexto abrange conhecer a realidade socioeconômica não só dos alunos individualmente, mas da escola e da comunidade as quais pertencem. Ter sempre em vista quais são os objetivos dos estudantes, seus interesses, em qual momento da formação eles se encontram, qual é a idade e quais são seus pontos fortes e suas fraquezas. Esta categoria também se refere ao conhecimento da cultura e das normas locais, o que se manifesta na organização das sequências didáticas, na decisão do que ensinar, no bom uso do tempo e do espaço físicos disponíveis em função, por exemplo, do número de alunos na turma ou do nível de proficiência que eles podem apresentar.

O conhecimento do tema é o domínio dos conceitos e teorias próprias de cada área; contempla a visão que o docente tem sobre o conteúdo e suas inter-relações. É o conhecimento técnico resultante das disciplinas específicas dos cursos de formação sem o qual, naturalmente, não seria possível constituir um bom professor. Sobre as estruturas substantivas e as sintáticas a autora esclarece que a primeira corresponde aos “paradigmas dentro de uma disciplina que afetam tanto como o campo é organizado quanto as questões que orientam o foco de investigação”, enquanto que a segunda à “compreensão dos cânones de evidência e provas dentro da disciplina, ou como novos conhecimentos são avaliados por membros da disciplina” (GROSSMAN, 1990 *apud* GOES, 2014, p.50).

Muito ainda será dito sobre o PCK, mas sobre seu papel no modelo de Grossman vale ressaltar que ele compreende, a partir das convicções do professor sobre sua própria atuação, o conhecimento das concepções alternativas e das dificuldades que os alunos comumente apresentam, a consciência da organização curricular dos conteúdos e, ainda, o repertório de exemplos, analogias, formas de representação do conteúdo e atividades que o tornem mais acessível aos estudantes.

O modelo de Grossman para a base de conhecimentos dos professores assume um lugar de destaque nas pesquisas da área por ser o primeiro a sistematizá-los e por ser considerado muito compreensível (CRISPIM, 2016). Entretanto, o modelo sofre críticas por não compreender uma perspectiva integrativa e por tratar os componentes como estáticos e independentes (PENG, 2013).

Goes (2014) apresenta o estado da arte da pesquisa em PCK e exhibe diversos modelos de conhecimentos docentes. Entretanto, para os interesses desta pesquisa, é suficiente o exposto até aqui. Comparando as diferentes definições de PCK apresentadas anteriormente é possível perceber que os autores divergem em relação aos componentes que o compõem. Park e Oliver (2008) sintetizaram essas particularidades no quadro reproduzido a seguir:

Autores	Conhecimento de								
	Propósito de ensinar o conteúdo	Compreensão dos estudantes	Currículo	Estratégias instrucionais e representações	Mídia	Avaliação	Conteúdo da matéria	Contexto	Pedagogia
Shulman (1987)	D	O	D	O			D	D	D
Tamir (1988)		O	O	O		O	D		D
Grossman (1990)	O	O	O	O			D		
Marks (1990)		O		O	O		O		
Smith e Neale (1989)	O	O		O			D		

Cochran <i>et al</i> (1993)		O		N			O	O	O
Geddis <i>et al</i> (1993)		O	O	O					
Fernandez-Balboa e Stiehl (1995)	O	O		O			O	O	
MagnoSum <i>et al</i> (1999)	O	O	O	O		O			
Hasweh (2005)	O	O	O	O		O	O	O	O
Loughran <i>et al</i> (2006)	O	O		O			O	O	O

D: autor coloca essa subcategoria fora do PCK como um conhecimento básico distinto para se ensinar; N: autor não discute essa categoria explicitamente (assim como nas células em branco, mas o N foi utilizado para enfatizar); O: autor incluí esta subcategoria como um componente do PCK.

Quadro 1: Componentes do PCK para diferentes autores. (PARK; OLIVER, 2008, p. 265) (tradução nossa)

Diante de tal diversidade de perspectivas, faz-se necessária a escolha de um modelo apropriado para atingir os objetivos desta pesquisa. Nesse sentido, Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam um modelo específico para o ensino de matemática e o batizam de *Conhecimento Matemático para o Ensino*<sup>24</sup>. Nele, os autores definem apenas dois domínios: o conhecimento do tema e o conhecimento pedagógico do conteúdo, cada um desses com três subdomínios que se relacionam com os conhecimentos sobre currículo, alunos e ensino. Esse modelo será explorado em detalhes na seção 3.2.

Certamente, entender a natureza do PCK, quais são seus componentes e como desenvolvê-los pode ser muito útil para nortear o necessário redesenho dos cursos de formação docente no Brasil. Rollnick *et al* (2008) afirmam que:

Se a experiência pode ser acessada e retratada, pode então ser transferida para professores inexperientes e, assim, ajudá-los no seu progresso em direção a uma maior competência no ensino. Desenvolver o entendimento mais profundo do fenômeno que é o PCK pode também ajudar a criar novas formas adequadas de discussão das questões inerentes à complexidade e aplicação do conhecimento do conteúdo na prática. De muitas maneiras, encontrar, capturar e elucidar o PCK pode muito bem representar o que alguns podem descrever como o santo graal do desenvolvimento do professor! (ROLLNICK *et al.*, 2008, p. 1366, tradução nossa).<sup>25</sup>

<sup>24</sup> Do inglês *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*

<sup>25</sup> *If expertise can be captured and portrayed, it may then be passed on to inexperienced teachers and thus assist them in their progress toward enhanced competence in teaching. Developing deeper understandings of the phenomenon that is PCK may also help to create new ways for appropriately discussing issues inherent in the intricacies and application of content knowledge in the growth of practice. In many ways finding, capturing and elucidating PCK may well represent what some might describe as the holy grail of teacher development!* (ROLLNICK *et al.*, 2008, p.1366)

### 3.1 Avaliação (acesso) do PCK

Considerando que o PCK seja o conhecimento necessário para a prática docente e tendo em vista o objetivo de utilizá-lo como modelo no qual pode-se basear a avaliação de professores iniciantes e o processo de formação em si, apresenta-se, a seguir, uma breve revisão das produções a esse respeito. Contudo, antes, faz-se necessária uma discussão a respeito de alguns termos relacionados a essa seção.

Sob uma perspectiva qualitativa, algumas pesquisas utilizam o termo *acessar* o PCK. Loughran, Mulhall e Berry (2004) utilizam em seus textos os termos *capturar*, *documentar* e *retratar*. Kind (2009) faz uma revisão sobre o tema usando os termos *elucidar*, *eliciar*, *examinar*<sup>26</sup> e *relatar*<sup>27</sup> para se referir a tais métodos. Por outro lado, pesquisas mistas ou com abordagens quantitativas utilizam termos como *medir* e *avaliar* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; BAXTER; LEDERMAN, 1999; HERBST; KOSKO, 2014; JÜTTNER *et al.*, 2013; KAZEMI; RAFIEPOUR, 2018; KRAUSS *et al.*, 2008; LEE, 2010; PHELPS; HOWELL, 2016; SCHMELZING *et al.*, 2013; SCHOEN *et al.*, 2017). Se por um lado, de maneira superficial, qualquer um dos termos acima transmite a ideia de que o PCK de um ou mais professores será objeto de estudo, por outro, seus próprios significados podem sugerir procedimentos, finalidades e resultados diferentes. Por exemplo, de uma pesquisa que se propõe a *retratar* o PCK de um professor, pode-se esperar que isso seja feito por meio de uma produção narrativa. Caso uma pesquisa prenuncie *documentá-lo*, é possível que o faça com o auxílio de um formulário ou outro instrumento, mas ainda com abordagem qualitativa. No entanto, de uma pesquisa que intente *avaliar* – ou *medir* – o PCK dos professores, pode-se esperar abordagens quantitativas e resultados apresentados numericamente. Ressalta-se, aqui, que tal distinção não é seguida a rigor pelas produções da área, assim como não será neste texto.

Como já mencionado, Loughran, Mulhall e Berry (2004) sugerem duas ferramentas que, combinadas ou não, propõem-se a acessar o PCK dos professores: O “*CoRe*”<sup>28</sup> e os “*PaP-eRs*”<sup>29</sup>. O *CoRe* é um formulário (Figura 4) preenchido pelo professor com suas convicções sobre aspectos do conteúdo, que pode ser comparada com registros encontrados na literatura ou analisada por um professor (ou um grupo deles) mais experiente. Os *PaP-eRs* são

---

<sup>26</sup> Tradução escolhida para o termo *probe*.

<sup>27</sup> Tradução escolhida para o termo *report*.

<sup>28</sup> Do inglês: *Content Representation*.

<sup>29</sup> Do inglês: *Professional and Pedagogical - experience Repertories*.

narrativas desenvolvidas a partir das descrições detalhadas da regência e das reflexões do professor sobre as ideias a respeito do conteúdo e da prática.

IMPORTANT SCIENCE IDEAS/CONCEPTS			
	Big Idea 1	Big Idea 2	Etc.
PAP-eR 1	1. What you intend the students to learn about this idea.		
	2. Why it is important for students to know this.		
	3. What else you know about this idea (that you do not intend students to know yet).		PAP-eR 3
	4. Difficulties/limitations connected with teaching this idea.		
	5. Knowledge about students' thinking which influences your teaching of this idea.		
PAP-eR 2	6. Other factors that influence your teaching of this idea.		
	7. Teaching procedures (and particular reasons for using these to engage with this idea).		PAP-eR 4
	8. Specific ways of ascertaining students' understanding or confusion around this idea (include likely range of responses).		

Figura 4: Instrumento *CoRe* – Representação do Conteúdo (LOUGHRAN; MULHALL; BERRY, 2004)

Nilsson (2008) utiliza as gravações das aulas em vídeo para estimular as lembranças das ações dos professores durante suas entrevistas. Outros autores como Van Driel, Verloop & De Vos (1998), Van Der Valk e Broekman (1999), Loughran, Berry & Mulhall (2012), Barnett e Hodson (2001), Reyes & Garritz (2006), Lee & Luft (2008), etc., também utilizam entrevistas, semiestruturadas ou não, para acessar o PCK dos professores em seus trabalhos. Assim como na análise do *CoRe* e dos *PaP-eRs*, os resultados do acesso ao PCK obtido por meio destes instrumentos não podem ser considerados absolutos, por estarem sempre sujeitos às convicções de quem fez as análises ou conduziu a entrevista. Nesse sentido, Baxter e Lederman afirmam que

Pesquisadores frequentemente precedem as observações em sala de aula com alguma avaliação das estruturas de conhecimento dos professores. Então, durante as observações, a evidência das estruturas de conhecimento previamente avaliadas é notada. Essa abordagem de pesquisa está sujeita a um viés de expectativa. Ou seja, é muito provável que o pesquisador veja

aquilo para o qual ele está olhando. (BAXTER; LEDERMAN, 1999, p.159, tradução nossa)<sup>30</sup>

Em sua pesquisa do tipo Estado da Arte, Goes (2014) conclui que, referente ao período de 1968 a 2013, entre as 1716 produções empíricas da área de ciências da natureza e matemática que foram analisadas, a distribuição de métodos e estratégias para acesso ao PCK é a seguinte:

<b>Métodos e Estratégias (Frequência)</b>	<b>Indicadores (Frequência)<sup>5</sup></b>
Entrevistas (471)	Entrevista Semiestruturada (75) Entrevista Estruturada (3) Entrevistas com estrutura não especificada (393)
Observações (405)	Registro audiovisual (123) Discussões (47) Grupos Focais (26) Notas de Campo (25) Vinhetas (10) Observações Gerais (223)
Formação de professores (359)	Cursos (172) Programas (142) Oficinas (41)
Testes e Questionários (369)	Questionário (215) Pré e Pós teste (61) Provas (81) Teste de Múltipla Escolha (26)
Análise de Documentos (334)	Atividades Escritas - relatório de aula prática, lição de classe, lição de casa, trabalhos escritos, etc. (191) Documentos em geral (83) Plano de Aula (66)
Variadas Metodologias (129)	Estudo de Caso (129)
Outros (113)	Outras Estratégias e Métodos (75) Mapas Conceituais (18) Representação do Conteúdo - CoRe (20) Repertório de experiência pedagógico e profissional - PaP-eRs (7)
Sem metodologia especificada (67)	

Quadro 2: Distribuição da produção acadêmica (1716 trabalhos) sobre PCK da área de Ciências da Natureza e Matemática entre os diferentes Métodos e Estratégias para o acesso ao PCK (GOES, 2014, p.113).

Embora a autora não apresente classificação das abordagens entre qualitativas, quantitativas e mistas, sua descrição detalhada dos métodos relacionados permite inferir que, com exceção das produções enquadradas na categoria “Testes e questionários”, o acesso ao PCK se deu, predominantemente, por meio da análise do conteúdo de documentos e transcrições de observações, como feito por Elias (2011) e por Girotto Júnior (2012), por

<sup>30</sup> *Researchers often precede classroom observations with some assessment of teachers' knowledge structures. Then, during observations, evidence of the previously assessed knowledge structures is noted. Such a research approach is subject to an expectancy bias. That is, the researcher is quite likely to see that for which he/she is looking.* (BAXTER; LEDERMAN, 1999, p.159)

exemplo. Essas estratégias imprimem retratos qualitativos do PCK dos professores investigados e contribuem para a elaboração de hipóteses acerca da sua natureza e de seus componentes. Entretanto, tais estratégias demandam uma grande quantidade de trabalho para capturar o desenvolvimento do PCK de um único professor e, por isso, não permitem a utilização deste construto como aporte para a produção de dados quantitativos que possibilitem avaliar professores e sua formação, que é o que motiva esta pesquisa.

Por outro lado, pesquisas que utilizam abordagem quantitativa e visam submeter dados a análises estatísticas geralmente utilizam, para a coleta de dados, testes e questionários<sup>31</sup>, que podem conter itens abertos, fechados (BALL; HILL, 2008; HERBST; KOSKO, 2014; PHELPS *et al.*, 2014) ou em Escala Likert<sup>32</sup> (ABDULLAH; HALIM, 2012; ROWAN *et al.*, 2001). Nos casos em que os itens são abertos, geralmente se desenvolve um sistema de rubricas para associar valores quantitativos às respostas fornecidas (GASTALDO, 2017; JÜTTNER *et al.*, 2013; KRAUSS *et al.*, 2008; SCHMELZING *et al.*, 2013). Os dados produzidos por essas pesquisas permitem, por exemplo, comparar diferentes contextos de formação (GASTALDO, 2017), identificar em quais conteúdos os professores de um determinado contexto possuem um PCK menos desenvolvido (LEE, 2010) e até mesmo comprovar empiricamente a relação entre o PCK dos professores e o desempenho dos alunos (HILL; ROWAN; BALL, 2005). Essas e outras pesquisas que ilustram o potencial da pesquisa quantitativa em PCK serão apresentadas na seção 3.1.2 deste texto.

Um último aspecto relevante a respeito do acesso/avaliação do PCK é o processo reflexivo que pode ser estimulado nos professores ao serem submetidos a qualquer método interativo, como entrevistas ou aplicação de testes e questionários. Baxter e Lederman (1999) sugerem que ao pedir para um professor justificar suas práticas de ensino, corre-se o risco de mudar seu processo de tomada de decisão e por isso os instrumentos de avaliação do PCK devem utilizar múltiplas abordagens para coletar, de maneira confiável, informações a respeito do que os professores sabem, no que acreditam e as razões pelas quais eles agem. Os autores ainda mencionam o trabalho de Hewson e Hewson (1989), que pretendia utilizar entrevistas como ferramentas de investigação, mas no decorrer do estudo perceberam que os professores estavam sendo influenciados pela participação na pesquisa. Eles sugeriram que suas técnicas podem ser úteis para promover o desenvolvimento profissional dos docentes,

---

<sup>31</sup> A diferença entre um questionário e um teste é que esse último necessita de validação psicométrica (GASTALDO, 2017, p.128).

<sup>32</sup> Formato originalmente proposto para mensurar o sentido e a intensidade de uma atitude (LUCIAN; DORNELAS, 2015). Comumente se faz, a cada item, uma afirmação e o respondente precisa escolher uma opção entre, por exemplo, “concordo fortemente”, “concordo”, “discordo” e “discordo fortemente”.

oferecendo oportunidades para que eles reflitam sobre seus conhecimentos e sua prática. Corroborando essa suspeita, Williams e Lockley (2012) sugerem a utilização do CoRe como instrumento para desenvolver o PCK em professores iniciantes.

### 3.1.1 O panorama da pesquisa sobre PCK no Brasil

Diante de todos os aspectos do PCK citados até aqui, a indagação que ora se coloca é a respeito do recorte das produções nacionais sobre esse tema. Para levantar quais são os objetivos, as abordagens e as ferramentas de acesso utilizadas nas pesquisas brasileiras, o termo PCK foi pesquisado nos seguintes repositórios: Repositório Institucional UNESP (<https://repositorio.unesp.br>), Repositório da Produção Científica do CRUESP (<http://www.cruesp.sibi.usp.br>), Scielo Brasil (<http://www.scielo.br>), Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP (<http://www.theses.usp.br>) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (<http://catalogodeteses.capes.gov.br>). Entre os resultados obtidos, muitos não eram relacionados ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, mas sim a outros possíveis significados da mesma sigla. Assim, em alguns repositórios foi necessária a combinação do termo PCK com outros descritores para filtrar os resultados. As pesquisas foram feitas no dia 28 de agosto de 2018.

As produções obtidas foram organizadas no software gerenciador de referências Mendeley Desktop, versão 1.19.2 para Mac, que permite cadastrar, para cada referência, marcadores (*tags*) pessoais. Após a leitura do título e do resumo dos trabalhos e, quando necessário, do corpo do texto, foram cadastradas *tags* que permitiram categorizar as pesquisas quanto aos seguintes aspectos (GIL, 2002): *tipo de pesquisa* – estudo de caso, levantamento ou pesquisa bibliográfica/documental; *metodologia de análise dos dados* – qualitativa ou quantitativa; e, para os estudos de caso, *as estratégias para acesso ao PCK*.

No Repositório Institucional UNESP a busca pelo termo PCK no campo “título” retornou 112 resultados, sendo que a combinação “PCK + conhecimento” retornou 7 resultados e a combinação “PCK + professor” retornou 10, dos quais 5 eram comuns aos primeiros 7. No Repositório da Produção Científica do CRUESP a busca no campo “qualquer”, que inclui “título”, “assunto” e “autor”, retornou 32 resultados. No Scielo Brasil a busca na base “article” retornou 10 resultados. Na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP a busca no campo “resumo” pela combinação dos termos PCK e “conhecimento” retornou 16 resultados. Por fim, no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES a busca retornou 35 resultados. Naturalmente, observou-se interseção entre os resultados obtidos em cada repositório e, excluindo-se as redundâncias e os resultados nos quais a sigla PCK possuía



outros significados, foram obtidas 37 produções acadêmicas entre dissertações de mestrado, teses de doutorado e artigos científicos.

Cada uma das 37 produções obtidas foi importada individualmente para o software Mendeley. A importação foi feita de maneira automática com a ferramenta “Web Importer” que o software oferece, com exceção dos resultados retornados exclusivamente pelo Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, que não é compatível com essa ferramenta e, por isso, tais produções precisaram ser cadastradas manualmente, por meio do preenchimento dos campos “Title”, “Author”, “Year”, “Abstract”, “Author Keywords” e “University”, além de baixar e vincular os textos completos em PDF.

Após a categorização das pesquisas cadastradas, apenas uma delas se caracterizou como quantitativa; trinta e quatro foram classificadas como qualitativas e outras duas foram classificadas como mistas por aliarem ambas as metodologias de análise dos dados. Entre as qualitativas, quatro produções se caracterizaram como pesquisas bibliográficas/documentais e as outras trinta, estudos de caso, assim como as duas pesquisas mistas. A pesquisa quantitativa se caracterizava como um levantamento.

Entre os estudos de caso que utilizaram metodologias qualitativas de análise dos dados, todos recorreram à Análise do Conteúdo das respostas aos diferentes instrumentos de coleta, entre os quais se destacam: transcrição dos registros audiovisuais das regências dos professores investigados, planos de aula, entrevistas e o preenchimento do CoRe.

Entre as três pesquisas que utilizaram metodologias quantitativas de análise dos dados, uma delas é a dissertação de mestrado intitulada “*TPACK (Conhecimento pedagógico de conteúdo tecnológico): relação com as diferentes gerações de professores de matemática*” de Mazon (2012). Ela é uma pesquisa do tipo levantamento na qual foi utilizado um questionário fechado para “identificar as atitudes de 71 professores de matemática com relação aos saberes do TPACK” (MAZON, 2012, p.67). Cabe observar aqui que o TPACK é, em linhas gerais, uma extrapolação do PCK proposta por Mishra e Koehler (2006) ao adicionar uma dimensão tecnológica ao modelo.

Outra pesquisa que utilizou metodologias quantitativas de análise dos dados foi a tese de doutorado intitulada “Análise do conhecimento pedagógico do conteúdo de professores de química a partir da perspectiva dos educandos” de Giroto Júnior (2015), que além de analisar os planos de aula, registros audiovisuais e respostas das entrevistas e do CoRe, também aplicou um instrumento de coleta de dados quantitativos nos alunos (JANG, 2011 *apud* GIROTO JÚNIOR, 2015) dos três professores investigados com o objetivo de “recolher as **percepções dos alunos** a respeito de quatro aspectos relacionados à prática do professor:

Conhecimento do Conteúdo, Estratégias Instrucionais e de Representação, Conhecimento sobre a Compreensão dos Estudantes, Objetivos Instrucionais e Contexto” (GIROTTO JÚNIOR, 2015, p. 83, grifo nosso). O autor ressalta que a aplicação do instrumento é uma estratégia complementar às outras de acesso ao PCK também utilizadas.

Finalmente, destaca-se a tese de doutorado, já citada neste texto, intitulada “Quatro estudos sobre o PCK e alguns reflexos na formação inicial de professores” de Gastaldo (2017). Em relação às estratégias de acesso ao PCK, essa pesquisa se diferencia das demais por detalhar o processo de construção e validação de um instrumento de coleta que foi aplicado em 96 professores e licenciandos. Após a utilização dos métodos estatísticos propostos, foi possível atribuir níveis quantitativos e comparáveis ao PCK dos professores investigados, o que se mostrou uma valiosa e confiável maneira de comparar diferentes programas de formação docente.

A conclusão a que se chega nessa etapa da investigação é a de que, no Brasil, as pesquisas em PCK se configuram, em sua maioria, como estudos de caso que tentam acessar esse conhecimento em professores iniciantes por meio de metodologias qualitativas de análise dos dados coletados. Tais estratégias, como já mencionado, são eficazes para acessar o PCK de um único professor ou de um pequeno grupo deles e permitem a formulação de hipóteses sobre sua natureza e sobre a relação entre seus componentes. Entretanto, para atingir o objetivo de utilizar o conceito de PCK como aporte para a avaliação dos programas de formação inicial docente, faz-se necessária a elaboração de instrumentos que possam ser aplicados a um grande número de sujeitos e que forneçam dados quantitativos sobre o desenvolvimento deste conhecimento nos professores.

### **3.1.2 Potencialidades da pesquisa quantitativa em PCK**

Especialmente após o *PCK Summit*, as abordagens quantitativas se popularizam na área (GASTALDO, 2017) e o objetivo desta seção é mostrar as potencialidades desse tipo de pesquisa para o campo da formação de professores. Johnson e Onwuegbuzie (2004) argumentam a favor de métodos mistos em função da complementaridade de características entre as abordagens qualitativas e quantitativas. Em relação às primeiras, eles destacam que, por um lado, elas são úteis para estudar um número limitado de casos em profundidade e descrever fenômenos complexos, mas por outro, tornam difícil a tarefa de fazer previsões ou testar hipóteses e, além da alta demanda de tempo para coletar e analisar os dados, o conhecimento produzido pode não ser generalizável e, ainda, ter sido influenciado pelas idiossincrasias do pesquisador; já em relação às segundas, apesar de superarem as fraquezas

mencionadas, os autores destacam que, com elas, corre-se o risco de comprometer o entendimento do fenômeno devido ao foco no teste e não na geração das hipóteses a respeito dele, já que essas abordagens são úteis para testar e validar teorias que foram formuladas antes da coleta dos dados. A seguir, serão apresentados exemplos de pesquisas que utilizaram abordagens quantitativas no contexto internacional. A partir de instrumentos de coleta construídos e validados previamente, os dados produzidos permitiram, como descrito anteriormente, testar hipóteses sobre a formação dos professores e sobre a importância do desenvolvimento de seus PCKs para o bom desempenho dos alunos.

Lee (2010) utilizou um instrumento chamado *Survey of Pedagogical Content Knowledge in Early Childhood Mathematics (SPECKECM)* (Smith, 1998 *apud* LEE, 2010, p.32) para avaliar o PCK de 81 professores de pré-escola em seis dimensões, a saber, “compreensão dos números, padrões, ordem, formas, noção espacial e comparação” (LEE, 2010, p. 30, tradução nossa) em acordo com as diretrizes norte americanas. Uma das conclusões da autora foi a de que, entre os professores pesquisados, o menor índice de PCK foi associado à noção espacial, que é a base do desenvolvimento dos conteúdos em geometria, área da matemática em que as avaliações internacionais apontam que os alunos americanos têm baixo desempenho. Certamente existem numerosos fatores a serem analisados nessa relação, como exemplificado pela autora, que ressalta que as abordagens da geometria na educação primária são demasiadamente focadas em termos, definições e propriedades das formas bi e tridimensionais em vez de fomentar, de fato, o desenvolvimento da noção espacial nas crianças. Entretanto, embora necessitem cautela, abordagens empíricas podem explicitar relações causais e apontar caminhos para a melhoria da qualidade da educação.

Hill, Rowan e Ball (2005) investigaram a influência do *conhecimento matemático para o ensino*<sup>33</sup> dos professores no desempenho acadêmico dos alunos estadunidenses no contexto da primeira e terceira séries. O estudo abrangeu aproximadamente 700 professores de 115 escolas distribuídas em 42 distritos de 15 estados diferentes e contemplou quase 3.000 alunos. Os dados foram coletados nos períodos letivos de 2000-2001 a 2003-2004. Os resultados apontam como positiva aquela influência, e os autores afirmam que, embora esse fosse o esperado para a terceira série, fase na qual já são ensinados os conteúdos mais avançados, surpreenderam os resultados positivos para a primeira série, sugerindo que o conhecimento matemático dos professores também exerce influência ao ensinar tópicos mais elementares.

---

<sup>33</sup> O Conhecimento Matemático para o Ensino é um modelo específico do PCK dos professores de matemática, que foi sistematizado quatro anos mais tarde pelos colaboradores do mesmo grupo de pesquisa. Esse modelo, bem como os aspectos do instrumento utilizado, é apresentado em detalhes na seção 3.2.

Os autores ressaltam que esses resultados suportam as iniciativas de melhoria na qualidade da educação básica por meio de investimentos na formação docente e, sobre ela, afirmam que a falta de ferramentas analíticas que permitam avaliar o que – e se – os professores aprendem nestes programas pode prejudicar as tentativas de aumentar sua qualidade e efetividade.

Em consonância com essa investigação, Olfos, Goldrine e Estrella (2014) conduziram um estudo exploratório sobre a relação entre a compreensão dos alunos e o conhecimento dos professores chilenos da quarta série a respeito das frações. Foram pesquisados o conhecimento de 53 professores e o desempenho de 1.532 alunos, bem como o nível socioeconômico e acadêmico das escolas participantes. Além de considerar o desempenho dos alunos como ele comumente é concebido nas escolas, os pesquisadores também avaliaram seu ganho por meio da aplicação de testes no início e no final do ano letivo. O modelo do conhecimento dos professores, proposto pelos autores, consiste no conhecimento do conteúdo (CK) e no PCK, que por sua vez tem componentes relacionadas ao ensino (KTC<sup>34</sup>) ou às características dos estudantes (KSK<sup>35</sup>). Os autores concluíram que, ao contrário do CK, o PCK dos professores está significativamente associado ao desempenho dos alunos e ao seu ganho. De maneira mais específica, foi possível inferir que os componentes relacionados às características dos estudantes estão associados ao desempenho dos alunos, enquanto os relacionados ao ensino, além de também apresentarem essa associação, exercem ainda mais influência sobre o ganho do desempenho. Outros fatores, como tempo de experiência com ensino e a quantidade de horas de formação em cursos de matemática também foram investigados e, entre as conclusões, destacam-se o fato de que o bom desempenho do estudante está mais fortemente associado ao tempo de experiência do professor do que ao seu nível de PCK, mas para o ganho de desempenho do aluno, essa relação se inverte. Além disso, o tempo de experiência não tem associação significativa com o CK ou PCK, o que leva os autores a supor que tanto experiência como PCK sejam fatores independentes promotores do desempenho – e de seu ganho – do aluno. Por fim, a conclusão de que o número de horas de formação do professor não está associado ao ganho de desempenho do aluno e, curiosamente, apresenta associação negativa com o desempenho em si, inaugura importantes reflexões. Primeiramente, isso explica por que o CK do professor, que é fortemente relacionado à sua formação, não se associa ao desempenho do aluno. Além disso, nos leva a reconsiderar a formação inicial e continuada dos professores, que, segundo os autores, “tendem a abordar os

---

<sup>34</sup> Sigla em inglês para “*Knowledge of Teaching of Content*”.

<sup>35</sup> Sigla em inglês para “*Knowledge of Students’ Knowledge*”.

conteúdos de forma mecânica e descontextualizada, impedindo, assim, uma integração harmoniosa entre conhecimento matemático e seu ensino e entre teoria e prática”. (OLFOS; GOLDRINE; ESTRELLA, 2014, p.931, tradução nossa)

Abdullah e Halim (2012), por sua vez, investigaram a influência da formação do professor de ciências no PCK de educação ambiental (PCK-EE) no contexto do nível secundário na Malásia. As autoras avaliaram o PCK-EE de 347 professores por meio da aplicação de um questionário com 60 itens fechados e consideraram, também, o tempo de experiência dos professores e sua formação, que contemplou as licenciaturas<sup>36</sup> em Física, Química, Biologia e em *Core Science*. Os componentes do PCK-EE avaliados pelos itens do instrumento foram o conhecimento do currículo, do conteúdo, dos estudantes, das estratégias de ensino e das avaliações. A análise dos dados revelou que as diferentes áreas de formação influenciam significativamente no conhecimento do conteúdo, dos estudantes e das estratégias de ensino; e que o tempo de experiência exerce correlação – e é baixa – apenas com o conhecimento do conteúdo e da avaliação. A pesquisa das autoras se justifica pelo fato de a educação ambiental ser um tema transversal, sendo, portanto, abordada por professores com diferentes formações. Entretanto, essa pesquisa também representa um grande potencial da abordagem quantitativa em PCK: avaliar quais modelos de formação promovem, com maior eficácia, o desenvolvimento desse conhecimento nos futuros professores. Além disso, a recorrente conclusão de que o tempo de experiência não implica em PCK elevado consolida o argumento de que existe um saber ensinar, que deve ser aprendido pelos professores de maneira sistemática, e que não é contemplado pela formação inicial, pelo menos nos contextos destas pesquisas.

Nesse sentido, Kleickmann *et al* (2012) também investigam como o PCK e o CK dos professores alemães se diferenciam conforme a modalidade da formação inicial e, também, ao longo de suas etapas. Os autores esclarecem que, de modo geral, o sistema educacional alemão distingue os anos finais da educação básica em modalidades acadêmica e não acadêmica. Para lecionar em cada modalidade os professores passam por formações específicas, que possuem três fases. A primeira acontece na universidade e é nela que ocorrem as maiores distinções. Para os candidatos a docência na modalidade acadêmica essa fase é mais longa (aproximadamente nove semestres) e focada no CK, já para os da modalidade não acadêmica, o foco é o no PCK e na pedagogia. A segunda dura 18 a 24 meses, na qual os futuros professores passam a maior parte da semana em escolas, primeiramente observando e,

---

<sup>36</sup> Tradução escolhida para *teaching option*.

posteriormente, lecionando sob a supervisão de um professor mentor. Além das atividades nas escolas, uma parte do tempo é destinada à continuidade do estudo das teorias educacionais nos institutos de formação docente. Por fim, a terceira fase mencionada pelos autores consiste nos cursos de formação continuada oferecidos aos professores atuantes. Diante disso, foram avaliados o CK e o PCK dos professores, considerando sua modalidade de formação/atuação e seguindo a distribuição: 117 sujeitos no início (*first-year students* na Figura 5) e 126 no final (*third-year students*) da primeira fase da formação, que acontece nas universidades; 539 sujeitos no final da segunda fase (*student teachers*), que acontece nas escolas e representa a conclusão da formação inicial; e 198 professores atuantes (*experienced teachers*) na 9ª e 10ª série. Tal avaliação foi feita por meio da aplicação de um teste composto por 23 itens sobre aritmética, álgebra, geometria e funções, e os componentes do PCK avaliados foram o conhecimento dos estudantes, da instrução e dos procedimentos. Além dos resultados obtidos pela aplicação do teste, outras características dos indivíduos foram consideradas – e controladas na análise dos dados – como gênero, modalidade de ensino cursada na educação básica, desempenho nesse período, habilidades cognitivas, participação em cursos avançados de matemática na educação secundária e o interesse na disciplina. Como é possível perceber na Figura 5, os autores constataram que os candidatos a docentes na modalidade acadêmica já possuem o CK mais bem desenvolvido mesmo antes da formação inicial e que, nela, a modalidade não acadêmica promove um desenvolvimento menos potente desse conhecimento, fazendo com que a discrepância aumente consideravelmente. Além disso, o CK parece ser inerte – no caso da modalidade acadêmica – e até ser prejudicado – para a não acadêmica – pela terceira fase. Sobre o PCK, os autores observaram que a modalidade da formação não influencia em seu desenvolvimento, pelo menos durante a formação inicial. Em princípio, isso pode ser contra intuitivo, já que na primeira fase da formação, na modalidade não acadêmica, existe um foco maior no PCK e, portanto, espera-se observar um desenvolvimento mais potente desse conhecimento nesta modalidade. Entretanto, isso confirma a hipótese de que o CK é um pré-requisito para a aquisição do PCK. Dessa forma, conclui-se que os indivíduos que percorrem a formação na modalidade acadêmica – que possuem CK maior – conseguem aproveitar melhor as oportunidades de desenvolvimento do PCK, embora elas sejam em menor número. Explica-se, também, o porquê de os professores atuantes nessa modalidade possuírem maior potencial para continuar desenvolvendo seu PCK na terceira fase. Por fim, os autores também se aportam nos dados para argumentar que, de fato, o tempo de experiência docente não é suficiente para o desenvolvimento do PCK e, por isso, faz-se necessária, também, uma revisão dos programas de formação continuada, sobre os

quais destacam-se pesquisas que apontam que sua eficácia depende do envolvimento do professor em um ambiente de aprendizagem ativa e do foco claro no conteúdo e na aprendizagem do aluno. (DARLING-HAMMOND *et al.*, 2009; GARET *et al.*, 2001 *apud* KLEICKMANN *et al.*, 2012).

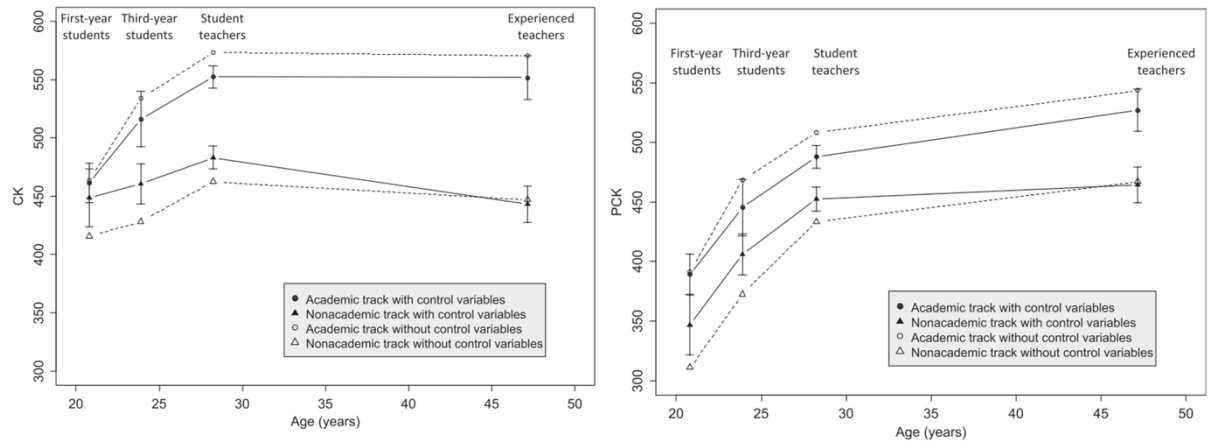


Figura 5: Resultado da avaliação do CK e do PCK de professores das modalidades acadêmica e não acadêmica, em diferentes etapas da formação (KLEICKMANN *et al.*, 2012).

Extrapolando a avaliação de diferentes etapas ou até modalidades de formação, Warburton (2014) utiliza desta abordagem para avaliar iniciativas políticas no Reino Unido, onde para lecionar é preciso passar por algum programa de formação e obter um certificado QTS (*Qualified Teacher Status*). Entretanto, existem programas de pós-graduação que fornecem uma qualificação adicional para professores chamada PGCE (*Postgraduate Certificate in Education*). A autora esclarece que o país enfrenta uma escassez de professores secundários de matemática e que o governo britânico lançou mão de duas iniciativas para combater esse problema. Uma delas, referida por política SKE, consiste em promover cursos de aprimoramento de conteúdo (*Subject Knowledge Enhancement*) para não graduados em matemática, de modo que eles também possam ingressar nos cursos para obter o PGCE. A segunda, referida por política das bolsas, oferece, para os interessados nos cursos de obtenção do PGCE, bolsas de estudo cujo critério é o desempenho do candidato nos cursos de graduação que concluíram. Diante disso, a pesquisa pretendeu verificar a eficácia dessas duas políticas e, para tanto, 141 alunos dos cursos para obtenção do PGCE responderam um pré e um pós teste para avaliar seu MKT<sup>37</sup> no período de 2012 a 2013. Foram coletadas, também, outras características dos indivíduos como, por exemplo, o desempenho acadêmico na graduação, se participou ou não de algum curso de SKE e a pontuação final no curso do

<sup>37</sup> A sigla MKT deriva da expressão em inglês *Mathematical Knowledge for Teaching* e representa um modelo do PCK específico para matemática. Esse modelo é apresentado em detalhes na seção 3.2.

PGCE, embora ela não seja padronizada entre os diferentes institutos que promovem esses cursos. Como resultado das análises, a autora constatou que, embora os alunos que passaram por um curso de SKE tenham, em média, maior pontuação final no curso do PGCE, essa diferença não é estatisticamente significativa. Ao considerar o MKT dos indivíduos, que representa uma medida mais objetiva que a nota final do curso do PGCE, a conclusão se confirma: o pré e o pós testes apontam que há um incremento considerável no MKT dos candidatos ao longo do curso do PGCE e que não existe diferença significativa entre o grupo dos que cursaram algum curso de SKE e os que não cursaram. Além de comprovar a eficácia dos cursos PGCE no desenvolvimento do MTK, esse resultado também aponta como bem-sucedida a política SKE, já que os dados comprovam que o grupo dos graduados em matemática apresenta desempenho similar ao dos não graduados depois de passar por um curso SKE, e portanto, a iniciativa não coloca em risco a qualidade dos futuros professores. Adicionalmente, a autora separou os itens do instrumento de avaliação do MKT em dois grupos: o primeiro, referido por *CCK questions* na Figura 6, é composto pelos itens que avaliam o conteúdo em si, e que qualquer adulto que tenha sido educado matematicamente deva saber responder corretamente. O segundo, referido por *Other questions*, é composto pelos itens que avaliam o conteúdo sob aspectos relacionados ao ensino. Para responder corretamente os itens desse grupo é necessário possuir conhecimentos que são característicos dos professores. Embora, como mencionado anteriormente, não haja diferença significativa entre o grupo dos indivíduos que participaram de algum curso de SKE e o dos que não o fizeram, a Figura 6 indica que os graduados em matemática – e que por isso não passaram por cursos de SKE – possuem um CCK ligeiramente superior no pré-teste e essa diferença se mantém, mas para os outros aspectos do MKT, os indivíduos que passaram por tais cursos possuem um desempenho ligeiramente superior. Essas evidências corroboram as conclusões de outra pesquisa (GUIBSON et al, 2013 *apud* WARBURTON, 2014): os cursos de SKE, embora focados no CK, trazem aspectos da pedagogia e seus participantes, enquanto estudam matemática com o objetivo de ensiná-la, adquirem conhecimentos sobre como fazê-lo. Por fim, os dados não aprovam a política das bolsas, já que não foi constatado que o desempenho na graduação seja um fator preditivo do MKT do indivíduo, mas apenas apresenta um pequeno efeito na probabilidade de que o mesmo conclua o curso do PGCE.



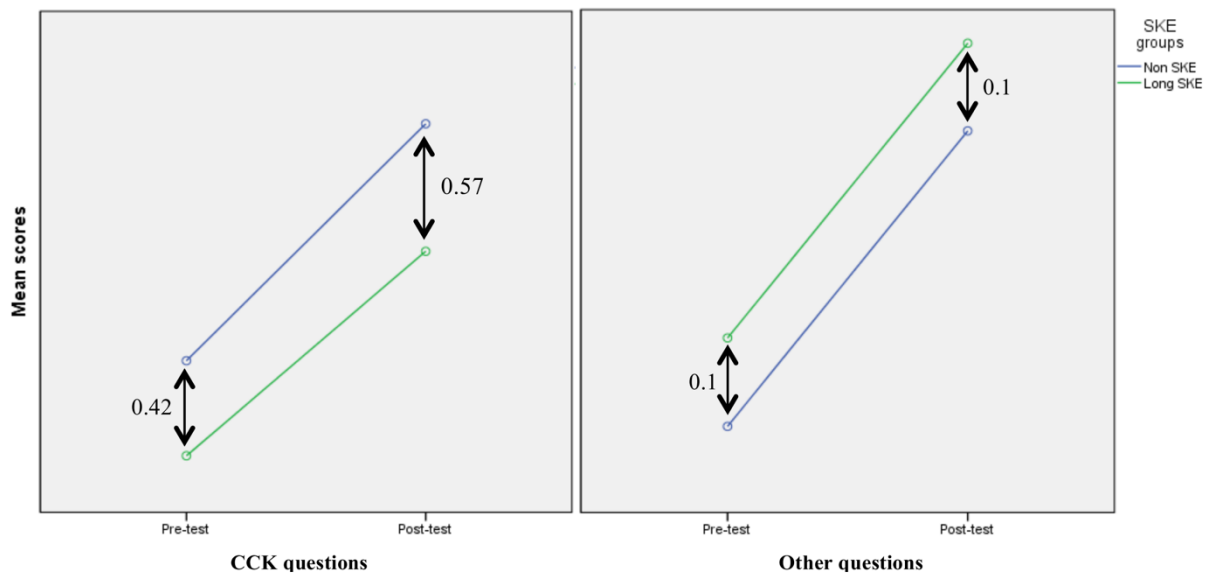


Figura 6: Resultados do pré e do pós teste para os dois grupos de itens no instrumento de avaliação do MKT (WARBURTON, 2014).

Diante da recorrente conclusão de que o PCK de um professor não é tão maior quanto for o seu tempo de experiência, a pesquisa de Sun *et al* (2014) destaca-se na busca por endereçar a questão de como o PCK de professores atuantes pode ser desenvolvido. Para tanto, o grupo pesquisou 89 professores de matemática estadunidenses, bem como seus colegas de trabalho mais próximos e seus *coaches* de desenvolvimento profissional a respeito de duas características. Uma delas é o já citado MKT, que é avaliado por meio de um instrumento fechado, previamente validado, e a outra corresponde às práticas instrucionais, que representam uma dimensão mais comportamental da organização do ambiente da aula e que são avaliadas por meio da observação das aulas ministradas pelo professor com o auxílio de um instrumento composto por um conjunto de rubricas. O grupo concluiu que, no que diz respeito às práticas instrucionais, os professores tendem a aprimorá-la quando têm acesso a colegas que apresentem práticas mais bem desenvolvidas. Por outro lado, no que diz respeito ao MKT, esse só sofre influência positiva de colegas com MKT mais desenvolvido quando oportunidades de aprendizagem são mediadas pelos *coaches*. Sobre eles, os dados apontam que o nível de MKT do *coach* exerce maior influência na aprendizagem do professor do que outros fatores como o número de horas que ele fica disponível para a escola e se ele é, de fato, um de seus membros ou é compartilhado pelo distrito. Os pesquisadores discutem a causa da diferença entre o desenvolvimento do MKT e das práticas instrucionais e argumentam que, geralmente, as conversas espontâneas entre colegas professores são sobre o compartilhamento de materiais, atividades e de estratégias que compõem as práticas instrucionais. Menos frequente são as discussões detalhadas sobre um problema matemático particular, seja como

ele pode ser resolvido ou como os alunos tendem a resolvê-lo, o que se configuraria como uma oportunidade de desenvolvimento do MKT. Finalmente, os autores afirmam que é possível que os *coaches* com MKT mais bem desenvolvido tenham maior probabilidade de conseguir focar as interações dos professores em discussões mais detalhadas sobre os problemas matemáticos, promovendo oportunidades de desenvolvimento do MKT com efeito duradouro, já que a rotina de tais interações pode ser alterada definitivamente, fazendo com que os professores passem a promover essas oportunidades de aprendizado mesmo sem a presença do *coach*.

Em síntese, as potencialidades da pesquisa quantitativa em PCK são muitas. Entretanto, como destacado no início da seção, é necessário cautela para compreender as possíveis aplicações desta abordagem e evitar construções falaciosas. O refinamento dos modelos, a seleção dos fatores que necessitam ser analisados e a construção das hipóteses a respeito do PCK e de seu desenvolvimento nos professores devem decorrer da pesquisa qualitativa. À quantitativa deve ser delegado o teste dessas hipóteses, a busca por evidências que confirmem a relação entre os fatores selecionados e que consagrem o modelo previamente construído como sendo uma boa e útil representação do conhecimento docente. Além disso, é necessário respeitar as orientações das teorias estatísticas a fim de garantir que os dados sejam coletados de maneira que representem a população para a qual se quer generalizar os resultados. Por fim, ao tentar medir algo subjetivo como o conhecimento docente, é razoável supor que obter consistência teórica na sua conceituação, além de desafiador, pode não ser suficiente para permitir a criação de um instrumento adequado para avaliá-lo. Dessa forma, na seções seguintes deste texto serão apresentados: o MKT, que é um modelo do PCK específico para o ensino de matemática; os conceitos básicos da psicometria, que possui um conjunto de ferramentas por meio das quais pode-se avaliar o que – e com que precisão – os instrumentos de avaliação de fato medem; uma revisão bibliográfica das pesquisas, no contexto internacional, que se propuseram a desenvolver tais instrumentos, entre eles, os utilizados nas pesquisas citadas nessa seção; e o processo de produção e validação de itens para compor um instrumento que permita avaliar o PCK de geometria analítica em professores de matemática do ensino médio brasileiro.

### **3.2 O modelo MKT**

Precedidos pelo modelo de Grossman (1990) (Figura 3), outras pesquisas passaram a propor modelos para a base de conhecimentos dos professores que englobam o conhecimento pedagógico do conteúdo e, também, modelos estritamente dedicados ao PCK (GOES, 2014).

Alguns desses modelos foram projetados para contemplar os conteúdos de uma determinada disciplina, como é o caso do modelo de Hashweh (2005) para o ensino de biologia e os de Magnusson, Krajcik & Borko (1999) e de Park & Oliver (2008) para o ensino de ciências. Nesse sentido, Ball, Thames & Phelps (2008) propõem o modelo batizado de *Conhecimento Matemático para o Ensino*<sup>38</sup> como produto de uma investigação empírica sobre o conhecimento do conteúdo necessário para o ensino de matemática. Tal investigação foi conduzida por meio de dois projetos: o primeiro é o *Mathematics Teaching and Learning to Teach Project*, no qual foi elaborado, baseado na análise das demandas observadas nas práticas de ensino, um conjunto de “hipóteses testáveis sobre a natureza do conhecimento matemático para o ensino” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 390, tradução nossa); o segundo é o *Learning Mathematics for Teaching Project*, a partir do qual foram desenvolvidos itens de avaliação do conhecimento do conteúdo para o ensino de matemática. Os dados obtidos por meio desses itens possibilitaram investigar a natureza, o papel e a importância de diferentes tipos de conhecimentos matemáticos para o ensino.

Sobre a estrutura do MKT, os autores identificaram dois domínios: o *Conhecimento do Tema*<sup>39</sup> e o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)* e, para cada um deles, foram identificados três subdomínios, como mostra a Figura 7 a seguir.

### **Domains of Mathematical Knowledge for Teaching**

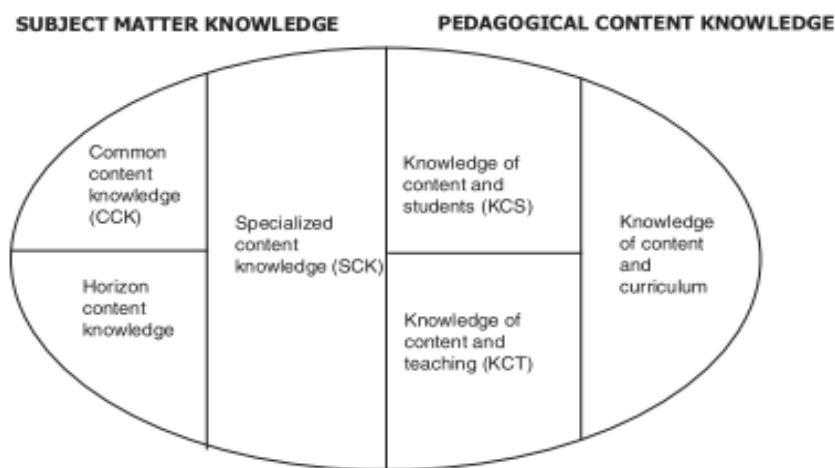


Figura 7: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT)

<sup>38</sup> Do inglês *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*

<sup>39</sup> Tradução escolhida para *Subject Matter Knowledge* – ver nota de rodapé 23 da página 22.

Nas seções seguintes, esses subdomínios serão explorados de maneira independente. O Conhecimento do Horizonte do Conteúdo<sup>40</sup> e o Conhecimento do Conteúdo e Currículo<sup>41</sup> não serão contemplados por serem entes ainda pouco explorados pelas pesquisas, tendo sido, inclusive, suprimidos nas referências em que se baseia esta pesquisa (HERBST; KOSKO, 2014). Ainda, tendo em vista seus objetivos, reflexões serão inauguradas a respeito das características que se espera observar em um possível item de avaliação de cada um desses subdomínios.

### 3.2.1 O Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)

O *Conhecimento Comum do Conteúdo*<sup>42</sup> representa o conhecimento matemático necessário para efetuar um cálculo ou resolver corretamente um problema. São os conhecimentos e as habilidades matemáticas que não são necessários unicamente para o ensino, por exemplo, classificar como certas ou erradas uma resposta dada por um estudante, identificar quando um livro traz uma definição incorreta ou imprecisa e utilizar termos e notações corretamente enquanto fala ou escreve na lousa. Em síntese, os professores precisam ser capazes de executar as atividades propostas aos alunos.

Os autores reforçam que o termo “comum” não intenta denotar que todas as pessoas possuem esse conhecimento, mas que ele é mobilizado em uma grande variedade de tarefas que não a de ensinar. Afirmam, ainda, que o CCK é notadamente essencial para a prática docente, já que sua deficiência provoca a utilização inapropriada de termos e de conceitos, além de erros aritméticos e dificuldades para resolver problemas, o que certamente prejudica o desempenho didático e o aproveitamento do tempo disponível.

Diante do objetivo de desenvolver um instrumento por meio do qual seja possível avaliar cada subdomínio do MKT, os itens projetados para mensurar o CCK devem se assemelhar aos encontrados nos testes padronizados, como o ENEM, por exemplo, e nas avaliações escolares sobre o conteúdo.

---

<sup>40</sup> Do inglês *Horizon Content Knowledge*

<sup>41</sup> Do inglês *Knowledge of Content and Curriculum*

<sup>42</sup> Do inglês *Common Content Knowledge – CCK*

### 3.2.2 O Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)

Ainda como um subdomínio do SMK, o *Conhecimento Especializado do Conteúdo*<sup>43</sup> é, em oposição ao CCK, o conjunto de conhecimentos e habilidades matemáticas específicas para o ato de ensinar, ou seja, que não necessariamente se manifestam em outros indivíduos além dos professores, o que o faz particularmente interessante para esta pesquisa. De acordo com os autores, procurar por padrões nos erros dos estudantes ou avaliar se uma abordagem fora do padrão funcionaria de maneira genérica requer habilidades matemáticas que outras atividades, à exceção do ensino, não exigiriam. Além desses exemplos, os autores apresentam uma lista de tarefas cotidianas associadas à docência, entre as quais se destacam: apresentar ideias matemáticas, responder aos porquês dos estudantes, encontrar exemplos, conectar um tópico que está sendo abordado com outros anteriores, explicar os propósitos e objetivos aos pais, apreciar e adaptar o conteúdo dos livros, modificar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis, avaliar as afirmações feitas pelos estudantes (geralmente de maneira rápida), escolher e desenvolver definições úteis, utilizar e criticar o uso de notações e linguagem matemática, formular perguntas produtivas e selecionar representações apropriadas.

Sobre o desenvolvimento de itens para medir o SCK, os autores sugerem perguntar, por exemplo, se um método não usual proposto por um aluno funcionaria em outros casos, qual afirmação melhor explicaria a necessidade de se igualar denominadores para somar frações, ou ainda, qual entre um conjunto de ilustrações poderia ser utilizada para representar 2 dividido por  $2/3$ . Além dessas, ao longo do texto são mencionadas outras manifestações do SCK, que podem inspirar a criação de itens. São elas: falar explicitamente sobre como a linguagem matemática é utilizada; escolher, produzir e usar representações efetivas como, por exemplo, ao reconhecer as vantagens de se usar retângulos em vez de círculos para representar frações; explicar e justificar ideias matemáticas como o porquê de inverter e multiplicar as frações envolvidas em uma divisão. Em síntese, tais itens devem tentar capturar a competência dos professores em cumprir as tarefas do dia a dia mencionadas anteriormente. A seguir, reproduz-se um exemplo de item elaborado pelos autores.

---

<sup>43</sup> Do inglês *Specialized Content Knowledge – SCK*

### **Story Problem That Represents $1\frac{1}{4}$ divided by $\frac{1}{2}$**

---

Which of the following story problems can be used to represent  $1\frac{1}{4}$  divided by  $\frac{1}{2}$ ?

	Yes	No
a) You want to split $1\frac{1}{4}$ pies evenly between two families. How much should each family get?	1	2
b) You have \$1.25 and may soon double your money. How much money would you end up with?	1	2
c) You are making some homemade taffy and the recipe calls for $1\frac{1}{4}$ cups of butter. How many sticks of butter (each stick = $\frac{1}{2}$ cup) will you need?	1	2

Figura 8: Exemplo de item para medir o SCK (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400)

No exemplo, o respondente é solicitado a identificar qual (ou quais) dos problemas enunciados nas alternativas se associa à operação  $1\frac{1}{4}$  dividido por  $\frac{1}{2}$ . O primeiro leva, na verdade, à divisão de  $1\frac{1}{4}$  por 2, o segundo, à multiplicação de 1.25 (que é a forma decimal de  $1\frac{1}{4}$ ) por 2 e, portanto, apenas o terceiro é representado pela operação sugerida. Um professor que é capaz de decidir corretamente entre as alternativas mostra que possui competência para cumprir as tarefas cotidianas do professor como, por exemplo, a de encontrar exemplos apropriados para um determinado conteúdo.

### **3.2.3 O Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)**

Situado no modelo do MKT como um subdomínio do PCK, o *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes*<sup>44</sup> é a combinação entre saber matemática e conhecer o aluno. Os professores devem saber o que os alunos acham fácil ou difícil, ou o que eles acham interessante e o que pode ser motivador em cada exemplo escolhido. Os docentes devem ser capazes, ainda, de captar e interpretar os pensamentos incompletos ou mal formulados que os alunos expressam. Para elaborar uma explicação, eles precisam conhecer as concepções prévias, e eventualmente errôneas, que os alunos possuem sobre o conteúdo e como eles pensam. Ao propor uma tarefa, é necessário que o professor possa antecipar como os alunos tentarão realizá-la e quais são os principais erros cometidos por eles. Dessa forma, ao se deparar com uma resposta errada, um professor que possui o KCS bem desenvolvido pode identificar qual foi o erro cometido sem o esforço de analisar cada passo do procedimento de

---

<sup>44</sup> Do inglês, *Knowledge Content and Student – KCS*

resolução utilizado pelo aluno. Por exemplo, na tarefa de se resolver a equação  $2x^2-7x+3=0$  é comum que os alunos cheguem na solução errada  $S=\{1,6\}$ . Nesse caso, é decorrência do KCS o professor, tanto já esperar por essa resposta quanto associá-la ao frequente erro cometido no uso da fórmula de Bhaskara, em que se coloca o denominador como “a” em vez de “2a”, que seria o correto.

Sobre a relação entre os subdomínios explorados até aqui, os autores esclarecem que

Em outras palavras, reconhecer uma resposta errada é Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), ao passo que avaliar a natureza de um erro, em especial um erro incomum, tipicamente requer agilidade de pensamento numérico, atenção aos padrões e pensamento flexível sobre os [diferentes] raciocínios [dos alunos], que são características do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK). Em contraste, familiaridade com erros comuns e decidir quais entre vários erros os alunos estão mais propensos a cometer são exemplos de Conhecimento do Conteúdo e [dos] Estudantes (KCS). (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.401, tradução nossa)<sup>45</sup>

Diante do objetivo de produzir itens que avaliem o KCS dos professores, os autores sugerem fazer perguntas como, por exemplo, sobre qual é o tipo de figura que as crianças tendem a identificar como triângulos, sobre a probabilidade de elas escreverem 405 em vez de 45 e sobre problemas nos quais a confusão entre área e perímetro leva a respostas erradas. Os autores também sugerem que os docentes façam perguntas que requerem a interpretação de um pensamento mal formulado dos alunos ou que demandem sensibilidade para julgar o que eles acham fácil ou desafiador.

### 3.2.4 O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)

Também como um subdomínio do PCK no modelo do MKT, o *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino*<sup>46</sup> é a combinação entre saber matemática e os conhecimentos sobre ensino. Ele é mobilizado pelo professor no momento em que este planeja suas aulas a fim de ordenar os conteúdos que serão ensinados, escolher os exemplos que iniciarão a abordagem e os que servirão para aprofundar a discussão, avaliar os aspectos positivos e negativos de se utilizar cada possível representação do conteúdo e identificar quais são as implicações

---

<sup>45</sup> *In other words, recognizing a wrong answer is common content knowledge (CCK), whereas sizing up the nature of an error, especially an unfamiliar error, typically requires nimbleness in thinking about numbers, attention to patterns, and flexible thinking about meaning in ways that are distinctive of specialized content knowledge (SCK). In contrast, familiarity with common errors and deciding which of several errors students are most likely to make are examples of knowledge of content and students (KCS).* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.401).

<sup>46</sup> Do inglês *Knowledge of Content and Teaching – KCT*

didáticas de se utilizar diferentes métodos e procedimentos. Durante a aula, o KCT é utilizado no momento em que professor precisa decidir quais contribuições dos alunos perseguir e quais ignorar ou, ainda, reservar para outro momento; quando fazer uma pausa para mais esclarecimentos; quando fazer novas perguntas ou propor novas tarefas para avançar a aprendizagem dos alunos. Um exemplo de mobilização do KCT, trazido pelos autores, seria o professor conhecer diferentes modelos didáticos para abordar o conteúdo de notação posicional e saber o que cada um pode explicitar sobre o algoritmo da subtração. Ademais, compreender o que a utilização do dinheiro tem a contribuir pedagogicamente para um problema de subtração e como essa contribuição pode ser diferente, se forem utilizadas pazinhas de café agrupadas com elásticos ou, até mesmo, o material dourado. Todos esses recursos podem ilustrar uma subtração entre números de vários algarismos, mas cada um salienta diferentes aspectos do conteúdo e os torna acessível aos alunos. Reconhecer essas particularidades é uma característica de um professor com KCT bem desenvolvido.

Sobre a construção de itens para avaliar esse conhecimento, os autores sugerem perguntar se uma fita métrica seria conveniente para ensinar notação posicional e solicitar que o respondente sequencie problemas de subtração ou escolha um exemplo de simplificação de radicais com o objetivo de se discutir diferentes estratégias. Eles sugerem, ainda, fazer perguntas sobre como os termos e as metáforas podem ajudar ou confundir os alunos no processo de aprendizagem como, por exemplo, ao se utilizar os termos “emprestar” e “cancelar” ao resolver uma subtração ou equação algébrica.



#### 4 Os itens desta pesquisa

Diante do exposto na seção 3, justifica-se o empenho em desenvolver uma ferramenta para avaliar o MKT<sup>47</sup> de professores no contexto do ensino médio brasileiro, que forneça dados quantitativos os quais poderão fomentar o teste de hipóteses sobre os atuais programas de formação docente. Embora os itens desenvolvidos nesta pesquisa tenham sido inspirados pelos exemplos encontrados nas produções do grupo de Michigan (BALL; HILL, 2008; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HERBST; KOSKO, 2014; HILL; BALL; SCHILLING, 2008; HILL; SCHILLING; BALL, 2004), cabe destacar que a diferença contextual se expressa não só pela distinção dos sistemas educacionais estadunidense e brasileiro, mas também, pelo fato de que, em sua maioria, essas produções se dedicam a pesquisar o MKT dos professores que atuam nos níveis iniciais da educação básica<sup>48</sup>. Além disso, faz-se necessária uma revisão para uma escolha da abordagem e do formato apropriados de tais itens.

Nesse contexto, três estudos merecem ser mencionados: o Learning Mathematics for Teaching (LMT)<sup>49</sup>, o Professional Competence of Teachers, Cognitively Activating Instruction, and Development of Students' Mathematical Literacy (COACTIV)<sup>50</sup> e o estudo comparativo Mathematics Teaching in the 21<sup>st</sup> Century (MT21)<sup>51</sup>. Os três concentram esforços em pesquisar o conhecimento profissional dos professores de matemática e, para tanto, desenvolveram modelos teóricos para o PCK específico para essa disciplina e os validaram utilizando abordagens quantitativas com dados coletados por meio dos instrumentos construídos independentemente um do outro. Krauss, Baumert e Blum (2008) afirmam que, apesar de não ter havido colaboração entre os grupos, existem fortes consensos teóricos sobre quais são os componentes chave do PCK. Em particular, citam o conhecimento das maneiras de explicar o conteúdo e o pensamento dos estudantes como centrais nos modelos propostos. Os autores ainda afirmam que, embora os três grupos tenham conseguido separar o PCK e o CK<sup>52</sup> empiricamente, foi encontrada uma conexão profunda entre essas duas categorias. Finalmente, uma importante diferença se destaca: enquanto os instrumentos produzidos pelo LMT e pelo MT21 contém itens de múltipla escolha, o COACTIV utiliza

---

<sup>47</sup> Será priorizado, daqui em diante, o termo MKT para nos referirmos ao conhecimento dos professores que será avaliado e o termo PCK será reservado para se referir ao domínio previsto no modelo apresentado na seção 3.2 (ver Figura 7).

<sup>48</sup> “*Middle school*” e “*elementary school*” (HERBST; KOSKO, 2014).

<sup>49</sup> Informações em <http://www.umich.edu/~lmtweb/>. Acesso em: 29 de agosto de 2019.

<sup>50</sup> Informações em <https://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/en/study/>. Acesso em: 29 de agosto de 2019.

<sup>51</sup> Informações em <http://www.educ.msu.edu/mt21/>. Acesso em: 29 de agosto de 2019.

<sup>52</sup> “*Content Knowledge*” – o conhecimento do conteúdo.

itens abertos e rubricas<sup>53</sup> em suas pesquisas. Ambos os modelos apresentam vantagens e limitações, que precisam ser cuidadosamente confrontadas para que se possa escolher a opção mais apropriada em vista dos objetivos e das características de cada pesquisa como, por exemplo, a abrangência e os recursos disponíveis.

Os itens fechados, que incluem aqueles que utilizam Escala Likert<sup>54</sup> (ROWAN *et al.*, 2001 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013)<sup>55</sup>, se sobressaem aos abertos por apresentarem maior objetividade para atribuir uma pontuação e promoverem economia de tempo e redução dos recursos necessários para a aplicação (HILL, SLEEP, LEWIS, & LOEWENBERG BALL, 2008 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013). Por outro lado, entre as desvantagens de se utilizar itens fechados destacam-se a probabilidade de acerto casual – chute (MILLMAN, BISHOP, & EBEL, 1965 *apud* KRAUSS; BAUMERT; BLUM, 2008), a possibilidade de o respondente acertar apenas comparando as alternativas e escolhendo a que parece mais certa (HILL; BALL; SCHILLING, 2008 *apud* SCHMELZING *et al.*, 2013) e a dificuldade em desenvolver e avaliar uma resposta correta e um conjunto de distratores para cada item no caso dos testes de múltipla escolha (SCHMELZING *et al.*, 2013). Além disso, apesar dos itens fechados serem preferidos pela eficiência e pela maior aceitação dos professores (HILL *et al.*, 2008b; ROHAAN, TACONIS, & JOCHEMS, 2009 *apud* (JÜTTNER; NEUHAUS, 2013), cabe considerar que o PCK compreende experiências pessoais do professor e um item fechado pode excluí-las, pois apresenta um número limitado de possíveis respostas (SCHMELZING *et al.*, 2013; BAXTER & LEDERMAN, 1999 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013).

Por outro lado, em relação aos itens abertos pontua-se, entre os aspectos positivos, que com eles os professores precisam construir uma resposta em vez de memorizar fatos e teorias (KRAUSS *et al.*, 2011; SCHMELZING *et al.*, 2013 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013) e, dessa forma, eles permitem medir ideias e associações espontâneas (JÜTTNER; NEUHAUS, 2013), bem como todos os níveis cognitivos que podem compor uma competência (NEUMANN, KAUERTZ, LAU, NOTARP, & FISCHER, 2007; SCHECKER & PARCHMANN, 2006 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013), além de acessar as experiências pessoais do professor e excluir problemas de vieses nas repostas (SCHMELZING *et al.*, 2013), pois não limita as respostas dos respondentes às opções dadas (JÜTTNER; NEUHAUS, 2013). Em contraste, itens abertos aumentam a quantidade de trabalho e tempo

---

<sup>53</sup> “*Scoring scheme*” (KRAUSS; BAUMERT; BLUM, 2008)

<sup>54</sup> Itens que utilizam Escala Likert geralmente são usados para medir as crenças e atitudes dos professores.

necessário para a aplicação do instrumento (SCHMELZING *et al.*, 2013), o que pode inviabilizar estudos em larga escala, além de diminuir a objetividade na atribuição de uma pontuação (SCHMELZING *et al.*, 2013), o que pode ser atenuado pela construção de rubricas (GARDNER & GESS-NEWSOME, 2011 *apud* SCHMELZING *et al.*, 2013). Ainda, Jüttner e Neuhaus (2013) destacam que instrumentos que utilizam itens abertos costumam apresentar alta validade de conteúdo e que são preferidos para avaliar as reações ou o comportamento dos professores em resposta a determinadas situações, pois nesse caso não existem respostas certas ou erradas. No campo das teorias educacionais existem diferentes orientações sobre como os professores devem reagir pedagogicamente a uma situação específica, o que é uma preocupação dos itens abertos (BALL, HILL, & BASS, 2005; MA, 2000 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013).

Considerando os aspectos apresentados, vários pesquisadores recomendam o uso de uma combinação dos dois formatos (HILL *et al.*, 2008a; HILL *et al.*, 2008b; HILL, SCHILLING, & BALL, 2004; KRAUSS *et al.*, 2011 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013). Uma possibilidade para essa combinação é solicitar uma justificativa para a resposta escolhida (ABELL, 2007; HILL *et al.*, 2008a; HILL *et al.*, 2008b; PARK, JANG, & CHEN, 2009 *apud* JÜTTNER; NEUHAUS, 2013). Entretanto, uma vez que esta pesquisa conta com um único pesquisador e diante do prazo disponível para a coleta e análise dos dados, optou-se pela produção apenas de itens de múltipla escolha. Assim, ressalta-se que os dados produzidos por esses itens não devem ser encarados como um retrato individual do MKT que cada respondente apresenta em seus diferentes aspectos e níveis cognitivos, mas sim, um suporte à comparação do seu desenvolvimento em diferentes grupos de professores como, por exemplo, em diferentes contextos de formação. Esses dados também podem auxiliar no acompanhamento da evolução do MKT de um único grupo de professores durante um período de tempo como, por exemplo, para avaliar a eficácia de uma atividade de formação. Em outras palavras, os itens desenvolvidos por esta pesquisa, assim como os que ela poderá inspirar, devem ser usados para avaliar grupos de professores com a finalidade de investigar possíveis deficiências em suas formações e para promover o teste de hipóteses a respeito delas.

Finalmente, Schmelzing *et al* (2013) esclarece que existem dois tipos de PCK: o *declarativo* e o *procedimental* (HELLER, DAEHLER, SHINOHARA & KASKOWITZ, 2004 *apud* SCHMELZING *et al.*, 2013). O primeiro se associa ao “*saber que*” (BAUMERT, BLUM & NEUBRAND, 2004; RYLE, 1971 *apud* SCHMELZING *et al.*, 2013, tradução nossa), ou a um “*PCK teórico-formal*” (FENSTERMACHER, 1994 *apud* SCHMELZING *et*

al., 2013, tradução nossa) e é o conhecimento factual, que pode ser expresso em sentenças (ANDERSON, 1981; POLANYI, 1958 *apud* SCHMELZING et al., 2013). Ele “abrange proposições, correlações, regras e conhecimento teórico de ideias e princípios e se concentra na criação de sentido e significado” (KNIGHT, 2002 *apud* SCHMELZING et al., 2013, tradução nossa). Por outro lado, o segundo se associa ao “*saber como*” (BAUMERT et al., 2004 *apud* SCHMELZING et al., 2013, tradução nossa) e é descrito como um “*conhecimento artesão*”<sup>56</sup>(VAN DRIEL et al., 1998 *apud* SCHMELZING et al., 2013, tradução nossa), “*conhecimento prático*” (FENSTERMACHER, 1994 *apud* SCHMELZING et al., 2013, tradução nossa). ou “*habilidades*”<sup>57</sup> (TAMIR, 1988 *apud* SCHMELZING et al., 2013, tradução nossa). Ele sustenta as atividades de um professor durante a aula, por exemplo, se o professor reage apropriadamente aos questionamentos e erros dos estudantes (BAUMERT et al., 2004 *apud* SCHMELZING et al., 2013). Em síntese:

Ao contrário do conhecimento declarativo, o conhecimento procedimental é a capacidade de fazer algo, razão pela qual é difícil articular. É geralmente um conhecimento tácito, que é difícil de transferir para outra pessoa escrevendo-o ou verbalizando-o. (SCHMELZING et al., 2013, p.1373, tradução nossa)<sup>58</sup>

Diante disso, entende-se que os itens que serão produzidos podem avaliar o *PCK declarativo*, aquele que pode ser formalmente expresso e, portanto, transferido para outra pessoa. Ainda, como discutido na seção 3, frente à dimensão contextual e a tópico especificidade do PCK, ressalta-se que tais itens pretendem medir o MKT (ver Figura 7) de geometria analítica em professores de matemática do ensino médio brasileiro.

#### **4.1 O papel da psicometria na avaliação de instrumentos: desenvolvimento, validação e confiabilidade**

Tal como apresentado na seção 3.1.2, as pesquisas qualitativas e as quantitativas possuem métodos, ferramentas e objetivos diferentes. Em uma síntese dessas particularidades, Santos & Santos (2011) destacam que as primeiras, subjetivas, cujos elementos básicos de análise são palavras e ideias, auxiliam no desenvolvimento das teorias, na descoberta, na compreensão e na interpretação dos fenômenos, possibilitam narrativas ricas e interpretações

---

<sup>56</sup> Tradução escolhida para “craft knowledge”.

<sup>57</sup> Tradução escolhida para “skills”.

<sup>58</sup> “Contrary to declarative knowledge, procedural knowledge is the ability to do something, which is the reason it is difficult to articulate. It is mainly tacit knowledge that is difficult to transfer to another person by writing it down or verbalizing it” (SCHMELZING et al., 2013, p.1373).

individuais, geram ideias e questões para pesquisa, descrevem significados, buscam particularidades e se valem da comunicação e da observação. Por outro lado, de maneira objetiva, as pesquisas quantitativas baseiam suas análises em números, permitem testar a teoria buscando precisão, possibilitam análises estatísticas e o teste de hipóteses, estabelecem relações causais, buscam generalizações e utilizam instrumentos específicos.

Naturalmente a pesquisa quantitativa se fundamenta na análise de números, mas o questionamento que se inaugura a esse ponto é a respeito de como esses números são obtidos. Por exemplo, diante do objetivo de testar a hipótese de que municípios que investem mais em educação nos anos iniciais observam um número menor de feminicídios, pode-se utilizar esses números – os valores investidos e as quantidades desses crimes – referentes a vários municípios para realizar um teste estatístico, nesse caso o teste de regressão linear, para verificar se existe correlação entre essas grandezas. Da mesma forma, ao intentar defender (ou refutar) a tese de que o MKT é um conhecimento que se adquire com maior eficácia por meio da prática, será necessário buscar correlações entre outras duas grandezas: o tempo de experiência e o nível de MKT apresentado por um grupo de professores. O primeiro desses números pode ser obtido de maneira direta e confiável perguntando aos sujeitos da pesquisa há quanto tempo eles lecionam matemática. Entretanto, o nível de MKT é uma grandeza que precisa ser obtida de maneira indireta, por meio de um instrumento composto por várias perguntas e, naturalmente, surgem preocupações como: tal instrumento realmente mede o MKT ou outro construto<sup>59</sup> que se confunde com ele? E será que esse instrumento mede todos os subdomínios do MKT ou, por exemplo, apenas o CCK? Além de outras preocupações como: esse instrumento fornece dados confiáveis?

Responder a essas perguntas é o papel da psicometria, que “representa a teoria e a técnica de medida dos processos mentais, especialmente aplicada na área da Psicologia e da Educação” (PASQUALI, 2009, p. 993). Sob seus preceitos, as primeiras duas indagações do parágrafo anterior dizem respeito à *validade* do instrumento, já a última, a sua *fidedignidade*, *confiabilidade* ou *precisão*. Antes de explorar tais conceitos, cabe pontuar que atualmente a psicometria apresenta duas vertentes: a Teoria Clássica dos Testes (TCT) e a Teoria de Resposta ao Item (TRI).

---

<sup>59</sup> Um construto é um “conceito teórico que não existe no sentido literal ou físico. Apesar disso, ele pode ser medido por meio de um conjunto de itens, também chamados de variáveis manifestas, que fornecem evidências desses construtos.” (HAIR *et al.*, 1998 apud BITTENCOURT *et al.*, 2011, p.97). Exemplos de construtos: *stress*, *depressão*, *PCK*, *MKT* etc.

Pasquali (2009) afirma que “de um modo geral, a psicometria procura explicar o sentido que têm as respostas dadas pelos sujeitos a uma série de tarefas, tipicamente chamadas de itens” e esclarece que a TCT associa uma pontuação – comumente chamada de *score* total – para cada respondente do teste baseando-se no percentual de acertos e, então, busca explicar o significado desse *score* para cada sujeito. Por outro lado, a TRI analisa cada item do teste e busca determinar qual é a probabilidade que cada um deles tem, individualmente, de serem acertados (ou errados) por um indivíduo qualquer, em função de seu traço latente<sup>60</sup>. Por fim, o autor destaca que “a TCT tem interesse em produzir testes de qualidade, enquanto a TRI se interessa por produzir tarefas (itens) de qualidade” e que, por conta disso, com a utilização da TRI é possível construir bancos de itens válidos a partir dos quais se pode obter quantos testes forem desejados.

Embora a TCT, como o próprio nome sugere, remeta aos primórdios da psicometria em contraste com a TRI, que é comumente referida por psicometria moderna, Sartes & Souza-Formigoni (2013) reforçam que a TRI não substitui a TCT, mas a complementa, superando suas limitações, entre as quais destacam o fato de que, na TCT, os resultados da avaliação dos indivíduos dependem do teste utilizado e, da mesma forma, as medidas obtidas para o teste são dependentes da amostra dos indivíduos respondentes. Por exemplo, um mesmo aluno pode receber *scores* diferentes, um alto e outro baixo, se for submetido a provas diferentes, uma fácil e outra difícil. De maneira análoga, uma prova aplicada em uma turma de alto desempenho será considerada uma prova fácil por conta dos altos *scores* obtidos, mas a mesma prova pode ser considerada difícil se for aplicada a uma turma de alunos que apresente menor desempenho e, assim, *scores* mais baixos. A TRI, por sua vez, permite posicionar os itens (seus níveis de dificuldade) e os sujeitos (seus níveis de proficiência) numa mesma escala, como é possível observar na Figura 9, denominada mapa de Wright. Nela, o traço latente pode assumir valores de -5 a 5. À esquerda da linha vertical estão situados os respondentes de um teste fictício e à direita, as questões. Por exemplo, os traços latentes dos respondentes (seus níveis de proficiência) R1, R2 e R3 são 2, -1 e -4 respectivamente e, para os itens Q1, Q2 e Q3 os traços latentes (seus níveis de dificuldade) são 2, 0 e -2

---

<sup>60</sup> Traços latentes “são características individuais que não podem ser observadas diretamente” (ARAÚJO; ANDRADE; BORTOLOTTI, 2000, p.1001). Na literatura específica, é comum associar o termo a um sinônimo de habilidade. Embora o “traço latente pode ser entendido, em outros contextos, como o construto” (SARTES; DE SOUZA-FORMIGONI, 2013, p.244), entende-se que o construto é um ente teórico e o traço latente é sua manifestação individual. Por exemplo, enquanto a depressão é um construto, o grau de depressão que um indivíduo apresenta é um traço latente, que se deseja avaliar. Outros exemplos de traços latentes: nível de stress, nível de PCK, nível de MKT etc.

respectivamente. Ainda, a TRI supera as limitações da TCT supracitadas pois, por exemplo, os traços latentes aferidos para os respondentes R1, R2 e R3 seriam os mesmos, ainda que eles fossem submetidos a um teste com outras questões que estivessem distribuídas de maneira diferente pela escala da Figura 9. Ou seja, a TRI permite comparabilidade de pontuações ainda que os indivíduos tenham respondido a versões distintas do teste, o que foi o principal motivo da adesão à metodologia por parte do ENEM<sup>61</sup>. Da mesma forma, os itens Q1, Q2 e Q3 manteriam suas posições na escala, ainda que fossem respondidos por indivíduos com traços latentes distintos de R1, R2 e R3.

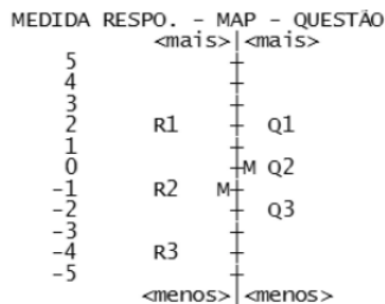


Figura 9: Exemplo de um mapa de Wright (GASTALDO, 2017, p.141).

Entre as limitações da TRI, cabe destacar que ela conta com diversos modelos matemáticos, apropriados para os diferentes tipos de itens (verdadeiro ou falso, múltipla escolha, Escala Likert, rubricas etc), mas que para utilizar qualquer um deles é necessário aptidão para compreender modelos matemáticos refinados, além de um número alto de respondentes e recursos mais sofisticados para processar os dados. Além disso, a TCT e a TRI requerem condições e fornecem informações distintas em suas aplicações e, portanto, é necessário verificar qual delas melhor se adequa às particularidades de cada pesquisa e considerar, ainda, a utilização de ambas em complementaridade. Para mais detalhes a respeito de tais distinções sugere-se Sartes & Souza-Formigoni (2013).

Independentemente da abordagem escolhida para tratar os dados provenientes da aplicação de um teste, é necessário responder aos questionamentos levantados no início desta seção por meio da condução de estudos de validade e de fidedignidade dos instrumentos. Os estudos de validade procuram responder se o teste mede, de fato, aquilo que se propõe a medir e se apresentam em diversos tipos, entre os quais se destacam a validade de conteúdo, a de critério e a de construto. Já os estudos de fidedignidade buscam avaliar a precisão e a confiabilidade dos instrumentos, isto é, um teste fidedigno deve apresentar resultados

<sup>61</sup> Relatório Pedagógico 2009-2010.

similares se aplicados novamente aos mesmos indivíduos, ou ainda, resultados que concordem com os obtidos por meio de outro teste equivalente. Os estudos de fidedignidade também se apresentam em vários tipos, entre eles, a estabilidade, a equivalência e a consistência interna (PASQUALI, 2009).

Souza *et al* (2017) ilustram os conceitos de validade e fidedignidade – ou confiabilidade – por meio da Figura 10, mas ressaltam que instrumentos não confiáveis não podem ser válidos embora instrumentos confiáveis podem ou não ser válidos. De acordo com os autores:

No primeiro alvo representado, os lances foram confiáveis, atingindo o mesmo ponto; porém, não atingiram o centro do alvo, não sendo considerados válidos. O segundo alvo pode ser considerado válido, embora não confiável uma vez que os pontos atingidos não se concentraram em um ponto específico, mas se espalharam por todo o alvo. O terceiro alvo não apresentou confiabilidade e validade, visto que atingiram pontos espalhados apenas na parte superior do do alvo. O quarto alvo demonstra o exemplo perfeito de confiabilidade e validade: os lances atingiram o local que pretendiam e o fizeram de forma consistente, bem no centro do alvo. Tais relações também podem ser aplicadas à avaliação das propriedades de medida dos instrumentos. (SOUZA et al., 2017, p.650)

Os autores ainda reforçam que validade e confiabilidade não são características absolutas de um instrumento e podem ser influenciadas por aspectos do contexto como, por exemplo, as características da amostra. Finalmente, Sartes & Souza-Formigoni (2013) apontam algumas distinções nos estudos de validade e fidedignidade à luz da TCT e da TRI.

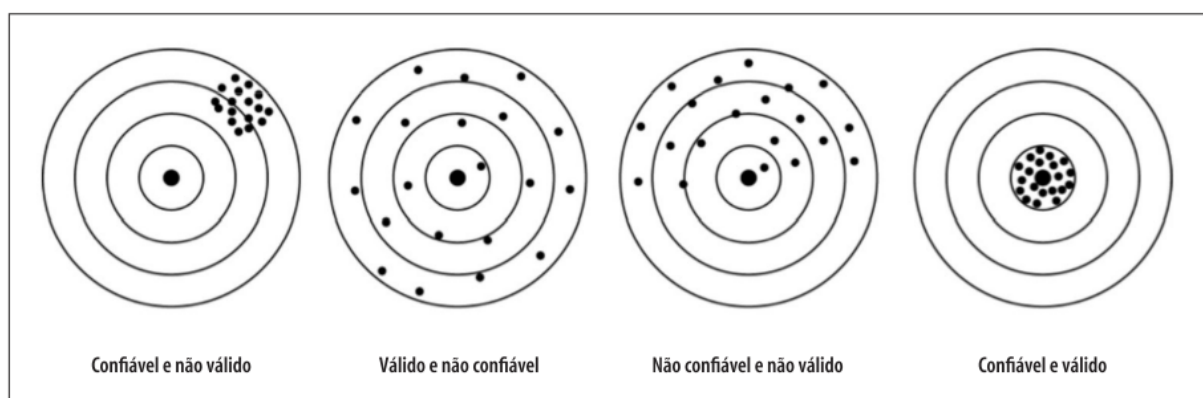


Figura 10: Combinações possíveis de validade e confiabilidade de instrumentos de medida (SOUZA et al., 2017).

A seguir serão explorados os diferentes tipos de validade e de fidedignidade mencionados e serão apresentados os procedimentos e técnicas inerentes a cada um deles, em especial, aqueles comumente utilizados pelas pesquisas em MKT e, conseqüentemente, de maior relevância para esta. É importante ressaltar, aqui, que os tipos e nomenclaturas



mencionadas podem variar entre autores. Por exemplo, Karabenick (2007) utiliza o termo *validade cognitiva* e sugere uma abordagem bastante utilizada nas pesquisas (HERBST; KOSKO, 2014; HILL; BALL; SCHILLING, 2008; PHELPS et al., 2014): o pré-teste cognitivo, que consiste em entrevistar alguns participantes enquanto eles respondem ao teste para verificar se os enunciados e as alternativas dos itens são interpretados da maneira desejada.

A *validade de conteúdo* busca atestar que o instrumento reflete adequadamente o construto que está sendo avaliado em toda a sua extensão, ou seja, que todos os aspectos relevantes são contemplados pelos itens. No caso desta pesquisa, a validade de conteúdo garante que todos os subdomínios do MKT, bem como todos os tópicos de geometria analítica, sejam avaliados pelos itens do instrumento. Esse tipo de validade resulta de uma abordagem qualitativa, por meio de reuniões com especialistas que analisam a representatividade individual de cada item. Souza *et al* (2017) ressaltam que a condução dessas análises também pode seguir uma abordagem quantitativa com a utilização de Escala Likert. Para detalhes sobre os critérios e a metodologia de tratamento dos dados obtidos por meio dessa abordagem sugere-se Polit & Beck (2006). Finalmente, Karabenick (2007) aponta aspectos que diferenciam a validade de conteúdo da validade cognitiva, entre os quais se destacam o fato de que a primeira considera, tanto o instrumento quanto o construto, em sua totalidade, enquanto que a segunda aprecia cada item individualmente em relação ao aspecto do construto a que ele se refere. Ainda, a validação de conteúdo é feita por especialistas e, por isso, está exposta às subjetividades desses indivíduos e do que eles consideram ser as fronteiras do construto. Por outro lado, a validação cognitiva é feita por parte da população respondente e, assim, coleta empiricamente as interpretações que provavelmente serão feitas durante a aplicação do instrumento.

A *validade de critério* representa a capacidade que o teste apresenta de prever o resultado de alguma característica dos seus respondentes. Tal característica, chamada então de critério, naturalmente precisa estar relacionada ao construto que o teste contempla e precisa ser avaliada de maneira independente. Por exemplo, para o objetivo de validar um teste que se propõe a medir inteligência, um critério bastante evidente é o desempenho acadêmico dos respondentes. De fato, indivíduos classificados como mais inteligentes pelo teste devem possuir maior desempenho acadêmico. Nota-se que, como critério, tal desempenho está relacionado ao construto inteligência e pode ser avaliado de maneira independente do teste. A validade de critério se apresenta em dois tipos: a validade peditiva e a validade concorrente. A primeira se constitui nos casos em que o critério é avaliado em um tempo futuro ao da

aplicação do teste e a segunda, em concomitância. Pasquali (2009) conclui que “validade concorrente só faz sentido se existirem testes comprovadamente válidos que possam servir de critério contra o qual se quer validar um novo teste e que este novo teste tenha algumas vantagens sobre o antigo (como, por exemplo, economia de tempo etc.)” (p. 997), o que justifica o fato da pouca frequência com que a validade de critério é mencionada nos estudos em MKT.

A *validade de construto* é a forma mais fundamental de validade (PASQUALI, 2009), já que busca mensurar o quanto o instrumento mede, de fato, o construto para o qual foi projetado. Souza *et al* (2017) afirmam que uma das maneiras de se confirmar esse tipo de validade é por meio do teste de hipótese com a técnica dos grupos conhecidos. No contexto desta pesquisa, pode-se aplicar o instrumento produzido a dois grupos, um de professores experientes e um de pesquisadores em matemática que não atuem como professores do ensino médio e, então, testar a hipótese de que o primeiro grupo apresentará níveis mais altos de MKT. Os autores também citam a validade convergente e a discriminante como formas de obtenção da validade de construto. Um exemplo de validade convergente, nesta pesquisa, seria buscar correlação alta e positiva entre o tempo de experiência com ensino de matemática e o nível de MKT mensurado pelo instrumento. Por sua vez, a validade discriminante busca atestar que o instrumento não está indevidamente medindo um construto diferente daquele para o qual foi projetado. Cabe aqui destacar que os autores não utilizam tais denominações de maneira consoante. Por exemplo, Jüttner & Neuhaus (2013) propõem uma utilização da técnica dos grupos conhecidos mas se referem a ela como validade discriminante. Além dessas formas, Souza *et al* (2017) relacionam, ainda, a validade transcultural e a fatorial. A primeira se baseia em verificar se o instrumento a ser validado fornece resultados que concordem com outro instrumento válido, mas que tenha sido adaptado de outro contexto cultural. A segunda, também conhecida como validade estrutural, consiste em uma técnica estatística capaz de separar o instrumento em fatores, isto é, em partes que estejam fortemente relacionadas. A análise fatorial pode ser exploratória, quando os fatores não são conhecidos, ou confirmatória, quando eles já são conhecidos *a priori* e deseja-se apenas confirmar que eles estão bem refletidos no instrumento. No contexto desta pesquisa, os fatores são conhecidos e representados pelos subdomínios do MKT (ver Figura 7). Embora uma análise fatorial confirmatória seja desejada, ela tem falhado em pesquisas na área. Por fim, Pasquali (2009) afirma que a validade de construto de um instrumento também pode ser obtida por meio da curva de informação da TRI.

Entre os tipos de fidedignidade Souza *et al* (2017) pontuam que a *estabilidade* do teste pode ser atestada se ele fornecer resultados parecidos caso seja aplicado novamente após um curto intervalo de tempo, técnica conhecida como teste-reteste. Por exemplo, um teste que se propõe a medir o grau de depressão de um indivíduo deve apresentar resultados próximos se for repetido após um intervalo de 10 dias, desde que nenhuma intervenção seja feita neste período. Já a *equivalência* refere-se, por exemplo, à proximidade dos resultados obtidos por dois ou mais avaliadores que apliquem o mesmo teste nos mesmos indivíduos. No contexto desta pesquisa, tal abordagem seria conveniente se os itens produzidos fossem abertos e, então, as pontuações atribuídas por dois avaliadores deveriam apresentar alta correlação, como na pesquisa de Jüttner e Neuhaus (2013). Por sua vez, a *consistência interna* busca mensurar a correlação entre os itens do teste que foram projetados para avaliar a mesma característica, isto é, se existe uma coerência entre as respostas dadas nos itens que possuem um mesmo propósito. É importante ressaltar que ela deve ser avaliada separadamente para cada dimensão do teste, como na Figura 11. Existem diversas maneiras de se avaliar a consistência interna de um conjunto de itens, como a correlação média entre os itens e o coeficiente alfa de Cronbach, que protagoniza as pesquisas em PCK (ABDULLAH; HALIM, 2010, 2012; HALIM et al., 2012; HERBST; KOSKO, 2014; LEE, 2010; PHELPS et al., 2014). Souza *et al* (2017) ressaltam que a quantidade de itens exerce forte influência no valor do alfa de Cronbach e que não há consenso sobre seus valores desejados, mas que usualmente as pesquisas consideram valores acima de 0,6 como satisfatórios e acima de 0,7 como ideais. Os autores também destacam o recurso chamado de alfa se item deletado, que informa o resultado do alfa caso o pesquisador opte por excluir um item do teste. Esse recurso é bastante útil para os casos em que alguma dimensão apresente valores insatisfatórios, como o *curriculum knowledge* na Figura 11. Por fim, Kim e Feldt (2010) esclarecem que essas abordagens para conceituar confiabilidade são provenientes da TCT e, após apresentar tal conceituação à luz da TRI, analisam o quanto elas diferem ao ser aplicadas em um conjunto real de dados.

Construct	N of items	Alpha Cronbach
Curriculum knowledge	10	0.2133
Subject matter knowledge	44	0.8844
Knowledge of students	8	0.9231
Teaching strategies knowledge	17	0.9386
Knowledge of teaching and learning evaluation	7	0.9246

Figura 11: Exemplo de análise da consistência interna de um teste (ABDULLAH; HALIM, 2010, p.176). O coeficiente alfa de Cronbach é calculado para cada domínio separadamente.

Em síntese, a psicometria oferece uma série de recursos para avaliar a qualidade de um teste. Sob os preceitos da TCT e da TRI, suas ferramentas atendem aos diversos tipos e propósitos de instrumentos e essas duas vertentes não devem ser consideradas de maneira excludente, mas sim complementar. Entretanto, além de pressupostos de ordem teórica, um fator que precisa ser considerado ao escolher a abordagem psicométrica que será utilizada é a quantidade de respondentes necessária para cada uma delas. Por exemplo, Lee (2010) calculou o alfa de Cronbach com uma aplicação piloto que contou com apenas 10 respondentes. Por outro lado, Linacre (1994) *apud* Herbst e Kosko (2014) afirma que para utilizar o modelo mais simples da TRI – o modelo de 1 parâmetro, equivalente ao modelo de Rach (CUNHA, 2007) – são necessários pelo menos 50 respondentes. Já para modelos mais complexos, de 2 ou 3 parâmetros, são necessárias amostras que contem com 500 a 1000 respondentes (ROWAN et al., 2001).

#### **4.2 Desenvolvimento de itens fechados para avaliar o conhecimento dos professores**

Diante do aparato estatístico oferecido pela psicometria e do suporte teórico fornecido pelas pesquisas em formação docente, especialmente aquelas aportadas nos construtos do PCK e do MKT, o desafio que se inaugura a esse ponto é o de elaborar os itens fechados que podem constituir um instrumento de avaliação docente. Para tanto, foi feita uma revisão de instrumentos existentes e foi dada atenção especial às pesquisas que documentam seu processo de elaboração e validação. Nesta seção, serão apresentadas essas pesquisas e os exemplos de itens trazidos por elas bem como as reflexões que eles geraram. Optou-se por organizar as produções em ordem cronológica a fim de auxiliar a percepção do nascimento e consolidação das tendências sob o aspecto metodológico, bem como do amadurecimento das concepções teóricas que suportam o processo de elaboração dos itens.

Baxter & Lederman (1999) realizaram um levantamento das metodologias e técnicas que vinham sendo, à época, utilizadas na avaliação do PCK – ou de algum de seus componentes – em professores de ciências. Eles categorizaram as pesquisas obtidas em três grupos, dentre os quais destaca-se o grupo rotulado de “técnicas convergentes e inferenciais”<sup>62</sup>, que incluem itens de múltipla escolha, Escala Likert e de respostas curtas. De maneira representativa, os autores citam a pesquisa de Kromrey & Renfrow (1991) *apud*

---

<sup>62</sup> “*convergent and inferential techniques*” (BAXTER; LEDERMAN, 1999 p.149)

Baxter & Lederman (1999) que utilizou itens de múltipla escolha para avaliar o C-P<sup>63</sup> divididos em quatro categorias: análise de erros, comunicação com o aluno, organização instrucional e características dos estudantes. Os itens da categoria análise de erros exigem que o professor saiba identificar um erro cometido por um aluno, por exemplo, se ele esqueceu de igualar os denominadores ao somar uma fração. A categoria comunicação com o aluno se refere à capacidade do professor em identificar a melhor maneira de se comunicar com os estudantes como, por exemplo, quando um deles não entender a explicação, qual seria um bom questionamento a fazer para auxiliar na sua compreensão? Por sua vez, os itens da categoria organização instrucional pretendem avaliar os planos de aula do professor como, por exemplo, diante das descrições de duas atividades, uma que falhou e uma bem sucedida após certa correção, o professor deve saber identificar a razão pela qual a correção funcionou. Finalmente, os itens da categoria características dos estudantes avaliam se os professores conhecem a sequência de desenvolvimento das habilidades dentro da disciplina como, por exemplo, ao saber identificar quais as possíveis causas de um professor enfrentar dificuldades para ensinar adição de frações para alunos do primeiro ano. Embora os autores afirmem que esse é apenas um ponto de partida, eles consideram que foi atingido o objetivo de situar os itens na interseção entre o conhecimento do conteúdo e o da pedagogia, exatamente no espaço que reside o PCK. Ressaltam, também, que Kromrey & Renfrow afirmam que os itens que avaliam o C-P são mais difíceis de se elaborar pois devem capturar um episódio de ensino em detalhes, incluir informações sobre os alunos, o tópico que está sendo ensinado e as configurações do ambiente da aula. Ainda, os distratores<sup>64</sup> precisam ser cuidadosamente elaborados para serem plausíveis, mas não defensáveis. Cabe destacar que, já nessa época, Kromrey & Renfrow sugerem a utilização da psicométrica para avaliar a qualidade de seu instrumento.

Rowan *et al* (2001) apresentam e discutem os esforços para desenvolver um instrumento de avaliação do PCK de professores dos anos iniciais do ensino fundamental<sup>65</sup> nas áreas de linguagens e matemática. Inicialmente eles elegeram alguns tópicos curriculares dentro de cada área e no caso da matemática foram: conceitos numéricos, decomposição numérica e operações, em especial as que envolvem números de vários algarismos. Para cada tópico foram identificadas três dimensões do PCK, a saber, conhecimento do conteúdo, do

---

<sup>63</sup> Kromrey and Renfrow (1991) *apud* Baxter & Lederman (1999) distinguiram o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico geral do que eles chamaram de “*content-specific pedagogical knowledge (C-P)*”, que, portanto, se assemelha bastante ao conceito do PCK de Shulman.

<sup>64</sup> Distratores são as alternativas erradas em um teste de múltipla-escolha.

<sup>65</sup> “*Elementary school*”, que nos Estados Unidos corresponde aos alunos de 6 a 11 anos de idade.

pensamento dos estudantes e das estratégias pedagógicas, sendo que essa última acabou suprimida durante a produção dos itens. Os autores definem o conhecimento do conteúdo como o conhecimento dos conceitos centrais, princípios e relações em um domínio curricular, bem como o conhecimento de maneiras alternativas de representá-los em situações de ensino. Já o conhecimento do pensamento dos estudantes é definido como o conhecimento de compreensões, confusões e dificuldades que os alunos comumente apresentam ao aprenderem determinado tópico curricular. Os itens de múltipla escolha apresentam apenas uma alternativa correta e se baseiam em cenários realistas de situações de ensino. Finalmente, os autores reforçam que foram selecionados apenas alguns tópicos curriculares, bem como apenas algumas dimensões do PCK para serem avaliadas e que não há pretensão de reivindicar uma generalização dos resultados. Para tratar os dados obtidos por meio de seu instrumento, os pesquisadores utilizaram a teoria de resposta ao item e, inclusive, apresentaram uma definição de confiabilidade a partir dela.

Hill, Schilling & Ball (2004) descrevem o desenvolvimento de um teste para avaliar o conhecimento do conteúdo para o ensino de matemática em professores de ensino fundamental<sup>65</sup> em três conteúdos curriculares e dois tipos de conhecimento. Os conteúdos escolhidos foram: conceitos numéricos; operações; padrões, funções e álgebra. Os tipos de conhecimento, por sua vez, foram o conhecimento do conteúdo em si e o combinado com o dos estudantes. Nessa pesquisa os autores afirmam terem obtido um resultado positivo na análise fatorial confirmatória dos conteúdos e dos tipos de conhecimentos avaliados. Cabe destacar aqui que as semelhanças com a estrutura teórica do MKT sugerem que essa pesquisa já se apresenta em uma fase embrionária da concepção deste construto. Outra observação pertinente é a de que os autores citam a produção dos itens na primavera de 2001, sugerindo ser os mesmos itens mencionados no parágrafo anterior, já que se trata do mesmo grupo de pesquisadores. Uma inovação dessa pesquisa, e que parece ter se tornado uma tendência nesse grupo, é a de categorizar os itens em tarefas de ensino, tais como selecionar representações, elaborar explicações, interpretar as respostas dos alunos, avaliar seu entendimento, analisar suas dificuldades e apreciar materiais didáticos. Os autores esclarecem que os itens devem diferir de acordo com o tipo de conhecimento que eles pretendem avaliar e ilustram tal distinção sugerindo imaginar como alguém que não atua como professor, mas que tenha uma boa instrução matemática, interpretaria e responderia aos itens. Por exemplo, o item 1 da Figura 12 exige um conhecimento matemático que muitos adultos, e certamente todos os matemáticos, possuem, já para responder o item 2 corretamente, é necessário possuir um tipo especial de conhecimento do conteúdo combinado com o dos estudantes e que apenas

professores devem possuir: saber reconhecer o que foi feito em cada etapa da solução e, então, julgar qual dos métodos pode ser usado de maneira genérica para qualquer multiplicação de dois números inteiros. Os autores também afirmam que existem distinções mesmo entre os itens que avaliam o conhecimento do conteúdo combinado com o dos estudantes como, por exemplo, alguns itens podem exigir um conhecimento dos alunos e suas formas de pensar sobre a matemática, o que engloba conhecer os erros frequentes, as razões pelas quais esses erros são cometidos, as sequências de desenvolvimento, as estratégias para resolução de um problema, etc. Em outros casos, tais itens podem se basear no raciocínio e/ou no conhecimento de conteúdo dos estudantes. Os itens 3 e 4 da Figura 13 ilustram essa distinção. No item 3, o respondente precisa decidir qual das sequências de números decimais é mais adequada para avaliar se os alunos são capazes de colocar esses números em ordem crescente e uma das opções afirma que todas elas cumpririam a função de maneira indiferente. Segundo os autores, pessoas que não atuam como professores afirmam não perceber a diferença entre as sequências, entretanto duas delas permitiriam ao aluno ordenar os valores mesmo que a vírgula (separador decimal) fosse ignorada e, portanto, não servem ao propósito da avaliação. No item 4, por sua vez, além de conhecer os erros comumente cometidos como no item 3, o respondente também precisa demonstrar conhecimento do raciocínio dos estudantes.

<p>1. Mr. Allen found himself a bit confused one morning as he prepared to teach. Realizing that ten to the second power equals one hundred (<math>10^2 = 100</math>), he puzzled about what power of 10 equals 1. He asked Ms. Berry, next door. What should she tell him? (Mark (X) ONE answer.)</p> <p>a) 0</p> <p>b) 1</p> <p>c) Ten cannot be raised to any power such that ten to that power equals 1.</p> <p>d) -1</p> <p>e) I'm not sure.</p>	<p>2. Imagine that you are working with your class on multiplying large numbers. Among your students' papers, you notice that some have displayed their work in the following ways:</p> <table border="0" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding-right: 20px;"><i>Student A</i></th> <th style="text-align: left; padding-right: 20px;"><i>Student B</i></th> <th style="text-align: left;"><i>Student C</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">35</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">35</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">35</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>\times 25</math></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>\times 25</math></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><math>\times 25</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">125</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">175</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">25</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">+75</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">+700</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">150</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">875</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">875</td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">100</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">+600</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;"><hr style="width: 50%; margin: 0;"/></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right; padding-right: 10px;">875</td> </tr> </tbody> </table>	<i>Student A</i>	<i>Student B</i>	<i>Student C</i>	35	35	35	$\times 25$	$\times 25$	$\times 25$	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	125	175	25	+75	+700	150	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	875	875	100			+600			<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>			875	<p>Which of these students would you judge to be using a method that could be used to multiply any two whole numbers?</p> <table border="0" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding-right: 20px;"></th> <th style="text-align: left; padding-right: 20px;">Method would work for all whole numbers</th> <th style="text-align: left; padding-right: 20px;">Method would NOT work for all whole numbers</th> <th style="text-align: left;">I'm not sure</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding-right: 10px;">a) Method A</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">1</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">b) Method B</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">1</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">c) Method C</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">1</td> <td style="text-align: center; padding-right: 10px;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </tbody> </table>		Method would work for all whole numbers	Method would NOT work for all whole numbers	I'm not sure	a) Method A	1	2	3	b) Method B	1	2	3	c) Method C	1	2	3
<i>Student A</i>	<i>Student B</i>	<i>Student C</i>																																																	
35	35	35																																																	
$\times 25$	$\times 25$	$\times 25$																																																	
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>																																																	
125	175	25																																																	
+75	+700	150																																																	
<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>																																																	
875	875	100																																																	
		+600																																																	
		<hr style="width: 50%; margin: 0;"/>																																																	
		875																																																	
	Method would work for all whole numbers	Method would NOT work for all whole numbers	I'm not sure																																																
a) Method A	1	2	3																																																
b) Method B	1	2	3																																																
c) Method C	1	2	3																																																

Figura 12: Exemplos de itens extraídos de Hill, Schilling & Ball (2004).

3. Mr. Fitzgerald has been helping his students learn how to compare decimals. He is trying to devise an assignment that shows him whether his students know how to correctly put a list of decimals in order of size. Which of the following sets of numbers will best suit that purpose?

- a) .5            7            .01            11.4  
 b) .60           2.53           3.14           .45  
 c) .6            4.25           .565           2.5  
 d) Any of these would work well for this purpose. They all require the students to read and interpret decimals.

4. Mrs. Jackson is getting ready for the state assessment, and is planning mini-lessons for students focused on particular difficulties that they are having with adding columns of numbers. To target her instruction more effectively, she wants to work with groups of students who are making the same kind of error, so she looks at a recent quiz to see what they tend to do. She sees the following three student mistakes:

I)	$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ 49 \\ +65 \\ \hline 142 \end{array}$	II)	$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ 37 \\ +29 \\ \hline 101 \end{array}$	III)	$\begin{array}{r} 1 \\ 32 \\ 14 \\ +19 \\ \hline 64 \end{array}$
----	---	-----	---	------	--

Which have the same kind of error? (Mark ONE answer.)

- a) I and II  
 b) I and III  
 c) II and III  
 d) I, II, and III

Figura 13: Exemplos de itens extraídos de Hill, Schilling & Ball (2004).

Hill, Ball & Schilling (2008) apresentam um esforço simultâneo para conceituar e avaliar o conhecimento do conteúdo e dos estudantes (KCS, Figura 7) por meio de itens de múltipla escolha. Os autores afirmam que durante o desenvolvimento dos itens eles pensavam sobre o que as pessoas que possuem conhecimento matemático, mas que não são professores, não saberiam responder e, enquanto produziam os itens, perceberam que eles tendiam a se enquadrar em quatro grandes categorias: erros comuns dos estudantes (identificar e explicar os erros, além de saber quais são os frequentemente cometidos, etc), entendimento do conteúdo (interpretar as produções dos estudantes como demonstrações de proficiência, decidir quais delas indicam melhor compreensão do conteúdo, etc), sequências de desenvolvimento (identificar os tipos de problemas, tópicos ou atividades que são mais fáceis/difíceis para cada idade, saber a ordem em que os alunos aprendem os conteúdos, saber o que os alunos de cada série devem ser capazes de fazer, etc) e estratégias comuns de cálculo. Para cada uma dessas categorias, os autores apresentam um item como exemplo, mas por se tratar do mesmo grupo de autores da pesquisa explorada no parágrafo anterior, alguns deles são comuns, a saber, o item 4 da Figura 13 ilustra a categoria “entendimento do conteúdo” e o item 3 representa a nomeada “sequências de desenvolvimento”. A categoria “erros comuns dos estudantes” é ilustrada pelo item 1 da Figura 14, no qual o respondente precisa identificar o erro cometido pela aluna e explicar o motivo pelo qual ele foi cometido. Para representar a categoria “estratégias comuns de cálculo” os autores sugerem o item 4 da



Figura 14 e esclarecem que ele se apresenta na forma aberta e que as opções de respostas foram desenvolvidas por meio de sua aplicação durante o pré-teste cognitivo (ver seção 4.1). Finalmente, cabe destacar que os autores afirmam que os conteúdos dos itens como, por exemplo os erros comumente cometidos pelos estudantes, são decorrentes tanto de entrevistas com professores, quanto da revisão de pesquisas em ensino de matemática.

1. You are working individually with Bonny, and you ask her to count out 23 checkers, which she does successfully. You then ask her to show you how many checkers are represented by the 3 in 23, and she counts out 3 checkers. Then you ask her to show you how many checkers are represented by the 2 in 23, and she counts out 2 checkers. What problem is Bonny having here? (Mark ONE answer.)
  - a. Bonny doesn't know how large 23 is.
  - b. Bonny thinks that 2 and 20 are the same.
  - c. Bonny doesn't understand the meaning of the places in the numeral 23.
  - d. All of the above.
  
4. Consider Jill's response to a subtraction problem. How might she have gotten an answer like this?

$$\begin{array}{r} 51 \\ - 18 \\ \hline 47 \end{array}$$

Figura 14: Exemplos de itens extraídos de Hill, Ball & Schilling (2008).

Abdullah & Halim (2010) descrevem o processo de produção de um instrumento para avaliar o PCK de professores de educação ambiental na Malásia. As autoras separam tal processo em cinco fases: 1) identificação dos indicadores ou construtos do PCK; 2) desenvolvimento dos itens; 3) condução do teste de confiabilidade; 4) condução dos estudos de validade e 5) aperfeiçoamento dos itens. A primeira fase consiste em uma revisão bibliográfica e posterior elaboração de um modelo para PCK de educação ambiental, cujos componentes relacionados foram o conhecimento do currículo, do conteúdo da matéria, dos estudantes, das estratégias de ensino e das avaliações de ensino-aprendizagem. Na segunda fase foram desenvolvidos, inicialmente, 87 itens distribuídos entre os componentes relacionados de modo que, para os dois primeiros, foram elaborados itens de múltipla escolha, já para os demais, itens na forma de Escala Likert. A terceira fase contou com 50 respondentes, o que possibilitou calcular o coeficiente alfa de Cronbach e apenas um componente – o conhecimento do currículo – apresentou valor insatisfatório, fazendo com que alguns itens fossem deletados. Ainda, alguns itens foram excluídos com o objetivo de diminuir o tamanho do teste, totalizando 60 itens na sua versão final. Na quarta fase, dois especialistas apreciaram os itens do instrumento, um na área de PCK em ciências e um na área de educação ambiental e, a partir de suas opiniões, os itens foram reformulados na quinta fase. Em especial, itens com baixa correlação, mas mesmo assim considerados importantes pelas pesquisadoras, foram revisados em vez de serem excluídos na terceira fase. Uma

particularidade dessa pesquisa é que, nos itens de múltipla escolha, as autoras incluíram como última alternativa a opção “eu não sei a resposta dessa questão” a fim de possibilitar uma distinção entre o conhecimento dos professores e os erros cometidos nos itens.

A pesquisa de Herbst & Kosko (2014) se destaca das demais nesta revisão por reportar a construção de um instrumento para avaliar o MKT de geometria em professores de ensino médio, o que a aproxima bastante dos objetivos desta pesquisa. Os autores produziram itens para cada uma das dimensões CCK (13 itens), SCK (20 itens), KCT (26 itens) e KCS (16 itens) do MKT (ver Figura 7). As dimensões KCC e HCK não foram contempladas pois, segundo os pesquisadores, elas carecem de solidez teórica e não existem na literatura exemplos suficientes de itens para outros níveis educacionais que permitam inspirar a elaboração dos itens para o ensino médio. Seguindo a tendência inaugurada por Hill, Schilling & Ball (2004), que sugeriram categorizar os itens do instrumento de acordo com uma lista de tarefas de ensino, Herbst & Kosko (2014) iniciaram o processo de desenvolvimento de seus itens pela elaboração de tal lista que, então, orientou a construção dos itens. Entre essas tarefas, destacam: formular um problema ou uma tarefa para os alunos; avaliar as respostas construídas pelos alunos, especialmente as definições, explicações e soluções criadas por eles; criar uma rubrica para um teste e traduzir declarações dos alunos em vocabulário convencional. Após a elaboração dos itens, o pré-teste cognitivo foi conduzido com 11 participantes que foram solicitados a ler e interpretar cada um deles e, então, escolher uma resposta e apresentar uma justificativa. Em seguida os autores classificaram as respostas do pré-teste considerando se o item foi interpretado como pretendido e, também, se a justificativa da resposta era matemática ou pedagógica. Assim, apesar de os itens, em sua maioria, terem sido interpretados da maneira como foram projetados, a revisão de todo o conjunto forneceu, segundo os autores, boas evidências da validade de constructo, além de permitir a reformulação daqueles que não estivessem adequados.

Por fim, Schoen *et al* (2017) reportam o processo de produção de um instrumento para avaliar o MKT de professores de educação infantil. Sua pesquisa apresenta valiosa riqueza de detalhes sob o aspecto metodológico, inclusive dando indícios dos prazos necessários para cada etapa, como se observa na Figura 15. Os autores afirmam que foram produzidos itens abertos, de múltipla escolha e de preenchimento de lacunas. O processo de produção durou quatro meses e contou com o trabalho diário de quatro autores, o que caracteriza uma distinção considerável dos recursos desta pesquisa. Sobre os itens de múltipla escolha, ressaltam que foi desencorajada a criação de opções como “todas as alternativas”, “indeciso” ou “nenhuma das alternativas” – em contraste com Abdullah & Halim (2010) – e que esforços

foram investidos para criar apenas alternativas de respostas que os professores considerariam plausíveis ou que, pelo menos, refletissem seus pensamentos (HALADYNA, DOWNING, & RODRIGUEZ, 2002 *apud* SCHOEN et al., 2017). A respeito da revisão dos especialistas, os autores detalham que foram solicitadas devolutivas para cada item, especialmente sobre: o que eles achavam que o item intentava medir; potenciais problemas relacionados à clareza e a validade; o que aceitar como resposta correta e seu nível de dificuldade. Com isso, 55 dos 70 itens foram considerados válidos e prosseguiram para a etapa das entrevistas cognitivas, que consistiram em solicitar que alguns respondentes verbalizassem seus pensamentos durante e após a realização dos itens (DESIMONE & LE FLOCH, 2004 *apud* SCHOEN et al., 2017). Ainda, informam que os entrevistadores foram instruídos a encerrar o processo caso o participante experimentasse níveis muito altos de frustração ou fadiga, o que comumente acontece entre 75 e 90 minutos. Finalmente, os autores esclarecem que foram feitas duas rodadas de entrevistas cognitivas. A primeira, com cinco participantes, permitiu revisar todos os itens e adequar aspectos que os tornavam fáceis, difíceis, confusos, dispendiosos, prazerosos ou frustrantes. Após a primeira revisão, a segunda rodada contou com mais seis participantes e incluiu o compartilhamento de áudios de conversas da equipe de desenvolvedores. Por meio dessas entrevistas, foi possível confirmar a plausibilidade dos distratores<sup>66</sup> p. 390, tradução nossa e que eles refletissem os pensamentos dos professores como desejado, e ainda, garantir que os itens apresentassem vocabulário adequado.

---

<sup>66</sup> Ver nota 64 na página 59.

Phase	Duration	Activities
Review existing instruments	8 months	Search for existing instruments aligned with the focus of the intervention being tested through review of extant literature and discussions with experts in field of mathematics teacher education and program evaluation Identify and select extant and available assessment items aligned with the focus of the intervention Field-test the available instruments with a sample from the target population Analyze resulting field-test data
Item generation	4 months	Review the aspects of MKT relevant to the teacher PD program and the CCSS-M Develop a target blueprint detailing types of items and number of items of each type Draft items in accordance with the target blueprint and item specifications
Item refinement	4 months	Review items by experts in mathematics, mathematics education research (including teacher education and student thinking), and practicing teachers Conduct cognitive interviews with practicing teachers Discuss notes and observations generated through cognitive interviews with the development team Revise or write new items based on cognitive interview findings
Field test	4 months	Determine the final set of items to be included in field test Transfer paper-based items to Web-based system Pilot-test Web-based system Full-scale field-test Web-based system
Scale refinement	3 months	Adjudicate responses for fill-in-the-blank items and scoring of responses for short answer items Develop and analyze Rasch-based models Determine final set of items based upon model results

Note.—Some of the activities in the test and item development process occurred in an iterative and overlapping fashion. The development period lasted a total of approximately 15 months from start to finish.

Figura 15: Fases do desenvolvimento de um instrumento para avaliar o MKT (SCHOEN et al., 2017, p.62)

### 4.3 A importância das situações de ensino nos itens

Um denominador comum das pesquisas mencionadas na seção anterior é a premissa de que os itens devem apresentar situações de ensino, com detalhes do contexto como as características dos alunos, o tópico que está sendo abordado, a configuração da sala de aula, entre outros. Nesse sentido, Phelps & Howell (2016) buscam descrever e explorar a função dessas informações contidas nos enunciados dos itens do instrumento por meio da análise de itens previamente validados. Os autores afirmam que essa premissa é motivada pela própria teoria e que tais informações definem, simultaneamente, qual o tipo de conhecimento será avaliado pelo item e como ele será utilizado para encontrar a resposta correta.

Para ilustrar as várias funções que as situações de ensino podem exercer nos itens de avaliação do MKT, os autores apresentam três formas diferentes de um mesmo item sobre potenciação, que são reproduzidas aqui na Figura 16. Eles argumentam que a versão A, desconectada de uma situação de ensino, exige apenas que o respondente saiba calcular corretamente o valor das potências, ou seja, é um item que avalia o conhecimento comum do conteúdo. Na versão B, apesar de conter uma situação de ensino, também basta que o respondente saiba calcular corretamente as potências e não é necessário, por exemplo, pensar a respeito dos motivos que levaram a aluna a cometer os erros. Ou seja, ainda que pareçam diferentes, as versões A e B exigem o mesmo tipo de conhecimento matemático do respondente e a situação de ensino descrita no enunciado da versão B, além de irrelevante, agrega a possibilidade de que o item avalie habilidades de leitura não pertinentes ao conteúdo matemático, diminuindo, assim, sua validade. Em contraste, para responder corretamente à versão C do item, é preciso mobilizar um conhecimento especializado do conteúdo, pois é necessário reconhecer um erro que os alunos comumente cometem enquanto aprendem potenciação, a saber, multiplicar indevidamente a base e o expoente da potência, e ainda decidir qual das opções não permitiria detectar adequadamente esse erro. Em síntese, formular os itens a partir de situações de ensino pode ser irrelevante, e até evitável, caso se queira avaliar o conhecimento comum do conteúdo, mas imprescindível para avaliar outras formas de conhecimento do conteúdo, isto é, outros domínios do MKT, e garantir a validade de conteúdo do instrumento.

A. Common Content Knowledge	B. Common Content Knowledge in a Teaching Context	C. Specialized Content Knowledge in a Teaching Context												
Evaluate each of the following simple exponential expressions.  $3^3 =$ $2^3 =$ $2^2 =$	Ms. Hupman is teaching an introductory lesson on exponents. She gives her students a set of problems to check their proficiency in evaluating simple exponential expressions. Ms. Hupman looks over the work from one of her students. For each of the answers, indicate if the student's evaluation is correct or incorrect.  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th style="text-align: center;">Correct</th> <th style="text-align: center;">Incorrect</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>3^3 = 9</math></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>2^3 = 6</math></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td><math>2^2 = 4</math></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		Correct	Incorrect	$3^3 = 9$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$2^3 = 6$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$2^2 = 4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Ms. Hupman is teaching an introductory lesson on exponents. She wants to give her students a quick problem at the end of class to check their proficiency in evaluating simple exponential expressions. Of the following expressions, which would be <u>least</u> useful in assessing student proficiency in evaluating simple exponential expressions?  <input type="radio"/> $3^3$ <input type="radio"/> $2^3$ <input type="radio"/> $2^2$
	Correct	Incorrect												
$3^3 = 9$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
$2^3 = 6$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
$2^2 = 4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
Key: 27, 8, 4	Key: incorrect, incorrect, correct	Key: $2^2$												

Figura 16: Ilustração da avaliação dos diferentes tipos de conhecimento do conteúdo (PHELPS; HOWELL, 2016, p.54)

Os autores ressaltam que, a princípio, as versões B e C parecem similares e que apenas uma análise cuidadosa da tarefa exigida pelo item pode determinar se a situação de ensino é relevante e qual sua função, ou seja, qual domínio do MKT ela estimula que seja mobilizado para responder o item. Dessa forma, na perspectiva do desenvolvimento de itens, é necessário compreender qual é a influência que esses enunciados exercem sobre o construto que está sendo avaliado e, para isso, os pesquisadores promoveram uma análise qualitativa de 10 itens previamente validados cujos dados, provenientes de sua aplicação, garantem que eles sejam itens apropriados para avaliar o CKT e que as situações de ensino enunciadas influenciem satisfatoriamente em como os respondentes enfrentam a questão e procuram a resposta correta. Antes de apresentar os resultados, os autores expuseram a análise de um item (Figura 17) com o objetivo de ilustrar os aspectos metodológicos da pesquisa. Diante das reflexões que essa exposição provocou e dos impactos gerados na elaboração dos itens desta pesquisa, optou-se por sintetizá-la a seguir.

To assess her students' prior knowledge about evaluating arithmetic expressions, Ms. Santiago assigned a worksheet of problems. She noticed that Alexis answered the first two incorrectly and the next two correctly.

$$1) 7 \times 2 - 6 + 3 = 5$$

$$2) 9 - 5 + (16 \div 8) = 2$$

$$3) 9 + 24 \div 3 - 1 = 16$$

$$4) 17 - (3 + 7 \times 2) = 0$$

Which of the remaining problems is Alexis likely to answer incorrectly?

$8 + 7 - 12 \div 3$

$13 - 3 \times 2 + 5$

$(27 \div 3 - 4) + 8$

$(16 - 12) \times 5 + 10$

Figura 17: Exemplo de item analisado por Phelps & Howell (2016).

Para responder corretamente o item é preciso analisar as quatro respostas da aluna, procurar a confusão que fez com que ela errasse as duas primeiras e testar se esse equívoco é compatível com o fato das duas últimas respostas estarem corretas. Assim, esse item avalia o respondente a respeito da sua capacidade de executar uma tarefa cotidiana dos professores: diagnosticar o entendimento e as confusões dos alunos por meio de suas produções escritas. Embora o enunciado mencione apenas “expressões aritméticas”, a maneira como elas são apresentadas também transmite informações sobre contexto. Por exemplo, os símbolos usados para denotar a multiplicação ( $\times$ ) e a divisão ( $\div$ ), assim como a ausência de frações e de

operações de potenciação, sugerem que se trata de uma aluna nas séries iniciais. Ainda, a presença dos parênteses em algumas expressões indica que ela esteja no estágio de aprender a ordem correta de executar as operações, o que enriquece as informações sobre o contexto e auxilia na tarefa de descobrir qual foi o erro cometido pela aluna, pois sugere que ela provavelmente não tenha cometido um erro ao efetuar as operações em si, mas sim ao efetuar-las na ordem incorreta, já que esse é um erro comum nessa fase da aprendizagem. De acordo com os autores, em um estudo anterior envolvendo esse item os entrevistados afirmaram que ele parecia avaliar o conteúdo a respeito da ordem correta de se efetuar as operações, corroborando suas análises. Os pesquisadores também afirmaram que o enunciado trazia outra importante informação: a de que a aluna errou o cálculo das duas primeiras expressões e acertou o das duas últimas. É claro que os respondentes do teste poderiam perceber isso sozinhos, mas trazer essa informação no enunciado, segundo os autores, diminui a carga cognitiva do respondente e aponta sua atenção para o pensamento da aluna, em vez de focar em avaliar se as expressões foram calculadas corretamente. Ainda, a informação de que as quatro respostas são da mesma aluna induz o respondente a procurar uma confusão que explique tanto os dois erros quanto os dois acertos, sendo essa a única maneira de responder corretamente o item. Portanto, não se trata de um item cujo objetivo é avaliar se o respondente conhece os erros que os alunos costumam cometer, mas sim se ele é capaz de descobrir, por meio da análise de uma produção escrita do aluno, qual foi o erro cometido e, por fim, conclui-se que o que caracteriza o item dessa forma são as informações contidas no enunciado a respeito da situação de ensino.

Como resultado, os autores identificaram um conjunto de categorias capazes de enquadrar as informações contidas nas situações de ensino dos itens analisados. Tais categorias se agrupam em três aspectos: o foco, a função e a relevância dessas informações. A respeito do foco, as três categorias propostas são o foco no aluno, com informações sobre o histórico, as necessidades de aprendizado e o comportamento; foco no conteúdo e como ele se situa no currículo; e foco no cenário, com informações como o tamanho da turma, a maneira como os alunos podem estar agrupados, a metodologia de ensino aplicada e se ela se trata de uma aula expositiva ou de uma discussão em grupo. Os pesquisadores ressaltam que podem existir outras categorias para o foco das informações sobre a situação de ensino, mas que essas três – aluno, conteúdo e cenário – são recorrentes em outras pesquisas do mesmo tipo e que foram suficientes para a análise dos 10 itens selecionados.

A respeito da função exercida pelas situações de ensino em cada item, os autores elaboraram a tabela reproduzida na Figura 18 a seguir. Em síntese, as informações sobre a

situação de ensino podem possuir uma função crítica, uma função auxiliar ou uma função relacionada à validade do item. Como funções críticas, caracterizam-se aquelas que reduzem as possibilidades que o respondente precisa considerar ou que fornecem, de fato, condições para encontrar a resposta. Já como funções auxiliares, configuram-se aquelas que direcionam a atenção do respondente, que reforçam informações críticas para garantir que o item seja interpretado como desejado pelos autores ou que fornecem informações adicionais, como definir um termo com o qual o respondente pode não estar familiarizado ou afirmar que uma resposta dada pelo aluno está errada, logo o respondente sabe que não precisa se preocupar em fazer tal avaliação. Como funções relacionadas à validade do item, caracterizam-se aquelas informações que contribuem para a autenticidade da situação de ensino descrita, para motivar o respondente ou para a plausibilidade do item como, por exemplo, (Figura 16.C) a informação de que o professor deseja fazer uma checagem rápida no fim da aula exclui a possibilidade do respondente sugerir que o professor peça para que os alunos justifiquem suas respostas fazendo, dessa forma, com que todas as opções pareçam igualmente convenientes.



Table 1. *Context Functions.*

	Context function	Description
Critical functions	Narrows a set of possibilities	Context that functions by narrowing the set of possibilities that the test taker must consider – e.g., narrowing the possible answer choices or eliminating one or more options. This can be quite subtle, as in cases where the specified level of a student or class sets an expectation for the level of sophistication one might expect in an answer, which in turn serves to eliminate some set of possibilities. Sometimes it might be some other list that is narrowed rather than the answer choices. For example, in the task shared in Figure 2 the test taker needs to figure out what error the student has made before even considering the options, and the content context serves to narrow the possible errors.
	Sets condition for the answer	Context that functions to specify, explicitly or implicitly, what condition the answer needs to meet to be correct. For example, in the task shared in Figure 3, the setting context sets a condition for the answer – i.e., that selected problem needs to be one for which the student's answer will reveal the suspected misconception to the teacher.
Helpful functions	Direct the test taker's focus	Context elements that encourage the test taker to focus (or not to focus) on a particular aspect of the task. For example, in the task shared in Figure 2, the statement that the student answered two problems correctly and two incorrectly is intended in part to cue the test taker to pay attention to the correct work and not just the incorrect work.
	Provides additional information	Context that provides additional information that is useful but not critical. This might include defining a term that some test takers may not know. Or it may include context that reduces cognitive demand by stating up front that a student's work is incorrect so that the test taker knows that figuring this out is not part of the work he needs to do.
	Reinforces critical information	Context that reinforces a key idea. This can help ensure that a test taker is directed to pay attention to critical information and thus raise the likelihood that the test taker engages in the assessment task as intended.
Functions related to face validity	Authenticity	Context that helps support an authentic representation of the work of teaching. Perceived authenticity can be a key motivating factor and enhance validity.
	Plausibility	Context that specifically helps to add plausibility to an element of the task that would not otherwise seem reasonable. For example, in the task shown in panel C of Figure 1, the specification that the problem is a quick check at the end of class makes it feel reasonable that the teacher has a need to diagnose understanding on the basis of a single answer alone. Without this information, the test taker might wonder why the teacher does not simply ask the students to explain their work.
	Motivation	Context that creates a situation in which the test taker can better recognize the importance the task. For example, tasks that give specifics about a student and their learning needs can motivate because there seems to be a real and pressing need to help the student.

Figura 18: Categorias agrupadas sob o aspecto da função exercida pelas situações de ensino em um item (PHELPS; HOWELL, 2016, p.61). Observa-se que a mencionada Figura 1 se refere à Figura 16 deste texto e a Figura 2 à Figura 17. A Figura 3 não foi reproduzida neste texto.

A respeito da relevância que as informações sobre a situação de ensino possuem para o item, os autores afirmam que algumas se caracterizam como relevantes, já que sem elas o item

não poderia ser respondido corretamente e alguns domínios no MKT não poderiam ser avaliados. Outras informações são menos relevantes, pois na falta delas o item ainda poderia ser respondido, mas elas contribuem para diminuir sua carga cognitiva e direcionar a atenção do respondente. Ainda, uma terceira categoria, segundo os autores, contém as informações que favorecem a validade do item, promovem a percepção de autenticidade ou motivam o respondente de alguma forma.

Por fim, os autores exibem, para efeito de ilustração, a classificação das informações contidas nos itens apresentados como exemplos – Figura 16 e Figura 17 deste texto – e esclarecem que uma mesma informação pode ser classificada como pertencente a várias das categorias propostas e que elas não devem ser encaradas como excludentes. Ainda, não é necessário que todas as categorias sejam contempladas pelas informações contidas nos enunciados de cada item, afinal, como os próprios autores reforçam, a categorização proposta pode ser útil para analisar ou desenvolver itens de avaliação do MKT, mas não deve ser encarada como um método a ser obrigatoriamente seguido.

#### **4.4 O processo de construção dos itens desta pesquisa**

Com base no exposto até aqui, especialmente nas seções 3.2, 4.2 e 4.3, o desenvolvimento dos itens desta pesquisa ocorreu em três encontros, onde estavam presentes, além do autor pesquisador, outros dois professores de matemática do ensino médio, compondo, assim, uma equipe de três autores desenvolvedores de itens. O primeiro encontro, presencial, aconteceu em 18/05/2019 na cidade de Ribeirão Preto – SP e foi dividido em duas etapas. Na primeira, o pesquisador apresentou para os professores especialistas o problema de pesquisa e o resultado de todo o levantamento bibliográfico feito até aquele momento, ou seja, foram apresentados o aporte teórico do PCK e do MKT, incluindo seus subdomínios e as tarefas associadas a cada um deles de acordo com Ball, Thames & Phelps (2008). Então, foi definido o objetivo da segunda etapa desse encontro como sendo o de desenvolver itens por meio dos quais fosse possível avaliar o MKT de geometria analítica (GA) em professores do ensino médio brasileiro.

A metodologia que se seguiu foi percorrer uma série de aproximadamente 15 itens extraídos da literatura internacional a respeito da avaliação do MKT e, após um breve esforço conjunto para traduzir o conteúdo para o português, cada item foi apreciado e foi discutido qual era o conteúdo matemático e domínio do MKT avaliados. Dessa forma, em uma dinâmica de engenharia reversa, o grupo assimilou algumas premissas do desenvolvimento de itens apresentadas na seção 4.2 deste texto como, por exemplo, elaborar perguntas as quais

peças que possuíssem conhecimento matemático, mas que não fossem professoras, não saberiam respondê-las (HILL; BALL; SCHILLING, 2008), situar os itens na interseção entre o conhecimento do conteúdo e o da pedagogia (BAXTER; LEDERMAN, 1999), capturar um episódio de ensino em detalhes e, especialmente, construir as opções de respostas de modo que elas fossem plausíveis, mas não defensáveis (KROMREY; RENFROW, 1991 *apud* BAXTER; LEDERMAN, 1999).

Por exemplo, na seção 3.2.2, entre as tarefas cotidianas do professor listadas por Ball, Thames & Phelps (2008), destaca-se a de conectar um tópico que está sendo abordado com outros anteriores. Inspirado nela, foi criado o seguinte item:

Durante uma aula introdutória sobre inclinação e coeficiente angular de uma reta, o professor Felipe, de maneira improvisada, decide propor a seguinte série de exercícios para a turma a fim de avaliar se todos seriam capazes de calcular o coeficiente angular de uma reta, dados dois pontos por onde ela passa.

**Exercício:** Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos P e Q em cada um dos casos a seguir:

- a. P(1,0) e Q(-1,1)
- b. P(2,5) e Q(0,2)
- c. P(4,3) e Q(-3,3)
- d. P(2,2) e Q(7,7)
- e. P(3,1) e Q(3,2)
- f. P(-1,3) e Q(0,0)

Satisfatoriamente, os alunos estavam se saindo bem na tarefa até alcançarem o item (e) do exercício proposto, mas logo Felipe percebeu o erro que cometera. Diante da situação, o professor estabeleceu uma analogia com outro aspecto matemático já conhecido pelos alunos para justificar a inexistência de solução para tal item. Qual das alternativas abaixo melhor representa essa analogia?

- a) O valor  $0^0$  é uma indeterminação.
- b) Não existe o valor da tangente de  $90^\circ$ .
- c) Não se deve cancelar o fator  $(x-2)$  na equação  $(x-2).(x-3)=5.(x-2)$ .
- d) Uma condição para que o método de Cramer seja utilizado é a de que o determinante da matriz dos coeficientes do sistema seja não nulo.

Ressalta-se que esse item insere o respondente em uma situação real de ensino com abundância de detalhes, o que contribui para que sua atenção seja conduzida ao aspecto do MKT que se deseja avaliar. Ainda, todas as opções de resposta são plausíveis, já que apresentam proposições matematicamente corretas. Entretanto, a única que representa relação com o problema proposto é a do item (b), já que a reta que passa por P e Q é perpendicular ao

eixo das abscissas e, por isso, seu coeficiente deveria coincidir com o valor da tangente de  $90^\circ$ , que não existe.

Inicialmente, procurou-se enquadrar os itens nos domínios do MKT, mas essa estratégia se mostrou pouco produtiva e o grupo intuiu que poderia ser mais criativo se tentasse apenas capturar a experiência de ensinar, concretizando nos itens seus repertórios de atuação docente. Posteriormente, comunicações pessoais com outros pesquisadores<sup>67</sup> experientes na produção destes itens confirmaram que tal enquadramento não é imprescindível e que os subdomínios devem ser encarados como heurísticas (HERBST; KOSKO, 2014) para evitar a construção de itens que avaliem o CCK apenas, como as questões existentes nos livros e as que compõem as provas de vestibular, por exemplo.

O segundo encontro aconteceu em 01/06/2019 por teleconferência. Nele, a equipe produziu novos itens, além de revisar e efetuar correções naqueles desenvolvidos no primeiro encontro. Desta forma, foram elaborados e revisados, ao todo, 22 itens e nenhum deles pretendia avaliar o CCK, ou seja, o conhecimento do conteúdo propriamente dito, uma vez que itens que avaliam esse domínio são vastos e fáceis de se encontrar em livros e repositórios digitais de provas de vestibular.

O processo de validação dos itens, que será apresentado na seção seguinte, fornece, entre outras coisas, indícios sobre a clareza dos enunciados e a utilização apropriada dos termos na redação dos itens. Em um terceiro encontro, os autores se reuniram presencialmente em 05/12/2020 para revisar os itens à luz desses indícios e, além das reformulações, um dos itens foi excluído. Posteriormente, o conjunto de itens pode ser novamente submetido às técnicas de validação, constituindo um processo iterativo de aperfeiçoamento e inspirando a criação de novos itens (BALL; ROWAN, 2004; HERBST; KOSKO, 2014; PHELPS et al., 2014; SCHOEN et al., 2017). No Apêndice A deste texto, apresentam-se os itens elaborados nesta pesquisa em sua versão final.

#### **4.5 Validação dos itens desta pesquisa**

Após a elaboração dos itens, a etapa que se sucede é a de investigar se eles podem, de fato, avaliar o MKT de geometria analítica em professores do ensino médio e tal investigação pode ser realizada por meio da utilização dos recursos oferecidos pela psicometria, como

---

<sup>67</sup> Os referidos pesquisadores são:

1) Dan McGinn – “instructional specialist” da equipe liderada por Heather Hill no National Center for Teacher Effectiveness, da Harvard Graduate School of Education.

2) Patricio Herbst – pesquisador da University of Michigan School of Education.

discutido na seção 4.1. Apesar do apresentado anteriormente, os aspectos metodológicos que nortearam a validação dos itens desta pesquisa decorreram da colaboração com pesquisadores<sup>68</sup> experientes no desenvolvimento de pesquisas similares em outros contextos. Sendo assim, foram conduzidos os estudos de validade cognitiva e de validade aparente (ou validade de face – *face validity*, nas referências em inglês), que é uma variante da referida validade de conteúdo e se refere “à coerência aparente entre o que se quer medir a partir dos itens do instrumento de medida utilizado, os quais são avaliados subjetivamente por um corpo de juízes especialistas na área” (CUNHA; DE ALMEIDA NETO; STACKFLETH, 2016, p.77).

#### 4.5.1 Validação aparente

Esse processo contou com a participação de cinco especialistas, sendo um deles professor de matemática do ensino médio (não participante do grupo de autores dos itens) e quatro docentes em cursos de licenciatura: um deles pesquisador em matemática e os outros três em educação matemática. A colaboração desses especialistas aconteceu em duas etapas. Na primeira, por meio de uma teleconferência de aproximadamente duas horas, após serem apresentados ao modelo do MKT e ao problema de se elaborar e validar itens capazes de avaliá-lo, os especialistas foram solicitados a responder, para cada um dos 22 itens elaborados pelos autores, as seguintes perguntas (SCHOEN et al., 2017): 1) O que você acha que esse item é capaz de avaliar nos futuros professores? 2) Você concorda com a resposta considerada correta pelos autores do item? Os distratores (alternativas erradas) são adequados? 3) Você percebe algum aspecto do item que possa prejudicar sua clareza ou validade? Qual? 4) Na sua opinião, qual é o nível de dificuldade do item para um futuro professor? Por fim, o pesquisador auxiliou os participantes a responderem às perguntas referentes a um dos itens, escolhido aleatoriamente. Na segunda etapa os participantes tiveram um prazo de 14 dias para finalizar as respostas referentes aos demais itens por meio de um formulário eletrônico.

Nesse processo foram coletados diversos indícios da validade dos itens e importantes contribuições para incrementá-la. As respostas da primeira pergunta acerca dos itens permitiram comparar a intenção dos autores com a interpretação dos especialistas a respeito da relação entre os aspectos do MKT e os itens produzidos. Nas respostas da segunda e da terceira perguntas, os especialistas sugeriram diversas reformulações e substituições de termos com o objetivo de aumentar a clareza e minimizar a indução a erro por parte dos

---

<sup>68</sup> Ver nota 67 na página 74.

respondentes. Ainda, opinaram a respeito do que pode ser considerado como correto no contexto de cada um dos itens.

Por exemplo, a Figura 19 a seguir exibe a versão preliminar do item 11, submetida ao processo de validação aparente, no qual as respostas dos especialistas à primeira pergunta indicaram que o item reflete apropriadamente a intenção dos autores, a saber, a de avaliar se o respondente possui familiaridade com os erros que os estudantes costumam cometer. Contudo, ao responder a segunda e a terceira perguntas, os especialistas atentam para o fato de que embora o item mencione um erro que o aluno possa ter cometido, as alternativas (a) e (c) não apresentam erros, mas sim falta de conhecimento. Ainda, destacam que a alternativa (a) pode ser considerada correta e que a (d) não contempla a possibilidade de o aluno ter cometido um erro ao tentar obter uma equação geral para a reta  $s$ . Por fim, um dos especialistas sugeriu a substituição do termo confundir na alternativa (b).

- 11) Durante uma discussão com sua turma sobre a determinação da posição relativa entre duas retas no plano cartesiano, o professor Jean escreve as seguintes equações na lousa:

$$\begin{array}{l} r: y = x - 2 \\ s: y + 2x - 5 = 0 \\ t: y = 2x + 3 \end{array}$$

Um aluno afirma, erroneamente, que as retas  $s$  e  $t$  são paralelas. O erro mais provável que aluno tenha cometido é:

- O aluno não sabe o que são retas paralelas sob a perspectiva da geometria analítica.
- O aluno confundiu retas paralelas com retas perpendiculares.
- O aluno não sabe o que é coeficiente angular.
- O aluno não se atentou para o fato de que a reta  $s$  se apresenta na forma geral.

RESPOSTA: D

Figura 19: Versão preliminar do item 11, submetida ao processo de validação aparente.

#### 4.5.2 Validação cognitiva

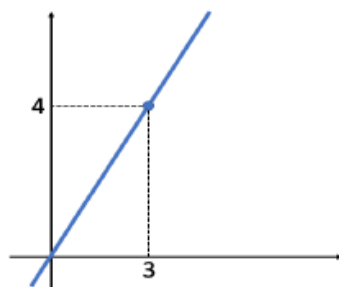
Em contraste com o processo de validação aparente, que se baseia na opinião de especialistas e, portanto, aprecia subjetivamente o conteúdo e a forma dos itens desenvolvidos, a validação cognitiva é feita com parte da população respondente, isto é, professores iniciantes, com pouca ou nenhuma experiência com o ensino de geometria analítica. Sendo assim, o objetivo desta etapa é coletar, de maneira empírica, as interpretações que provavelmente serão feitas pelos respondentes durante a aplicação dos itens em larga escala. Para tanto, quatro indivíduos foram entrevistados enquanto respondiam aos itens e estimulados a verbalizarem todos os seus pensamentos durante o processo. As entrevistas

ocorreram por meio de teleconferências de aproximadamente duas horas com cada participante, as quais foram gravadas para consultas futuras.

Além de ler os enunciados em voz alta, os participantes foram solicitados a responder o que eles haviam entendido da pergunta, qual a alternativa correta na opinião deles e o porquê (KARABENICK et al., 2007). Dessa forma, foi possível verificar se os itens foram interpretados como pretendido pelos autores, só que, exclusivamente agora por indivíduos com repertórios equivalentes ao de um professor recém egresso da formação inicial e no princípio da sua carreira. Ainda, foi possível detectar quais termos e distratores poderiam causar problemas de compreensão e induzir a erros na escolha da alternativa correta.

Por exemplo, a respeito do item reproduzido na Figura 20, os participantes, induzidos pela presença do termo “garante” e considerando a informação de que se trata de um aluno de alto desempenho, escolheram a alternativa (b) como correta. Após refletirem sobre as outras alternativas, argumentaram que tal afirmação apenas indicaria que o aluno decorou a definição formal de coeficiente angular, o que não implica na compreensão do conteúdo, corroborando a expectativa dos autores. Entretanto, a formulação da pergunta exerceu maior influência em suas decisões e três deles optaram por manter suas respostas iniciais. Ainda, um deles afirmou que escolheria a alternativa (c) caso ela apresentasse a informação de que 4 e 3 são os valores das variações de  $y$  e  $x$ , respectivamente. Durante a revisão dos itens com base nos dados advindos dos processos de validação, os autores optaram por excluir o item 5.

- 5) O professor Daniel indagou sua turma sobre qual seria o coeficiente angular da reta representada na seguinte ilustração:



Pedro, um aluno de alto desempenho, respondeu prontamente que o valor correto é  $4/3$ . Entretanto, preocupado com a possibilidade de um acerto casual, Daniel solicita que Pedro explicite seu raciocínio. Qual das possíveis respostas de Pedro a seguir garante que ele compreendeu corretamente o conteúdo?

- Eu usei a fórmula, dividi o valor de  $y$  pelo de  $x$ .
- O coeficiente angular é igual à tangente da sua inclinação.
- Como a reta passa pela origem, foi só dividir o 4 pelo 3.
- Já que a reta é crescente e os únicos valores disponíveis são 4 e 3, a resposta é  $4/3$ .

RESPOSTA: C

Figura 20: Versão preliminar do item 5, submetida ao processo de validação cognitiva.

Por fim, embora a pequena quantidade de respondentes não nos permita reivindicar generalizações, alguns indícios da validade dos itens puderam ser observados. Por exemplo, participantes que não possuíam nenhuma experiência com o ensino de geometria analítica

utilizaram, mais frequentemente, estratégias como comparar as alternativas para escolher a que parecesse mais apropriada, recorrer à memória das aulas dessa disciplina na formação inicial ou até mesmo escolher aleatoriamente uma entre as respostas mais plausíveis. Por outro lado, aqueles com alguma experiência demonstraram se identificar com várias das situações de ensino contidas nos itens e, nesses casos, escolheram a alternativa correta de maneira confiante e justificada por sua prática. Nesse sentido, destaca-se uma verbalização de um dos participantes, que colaborou com a pesquisa no período em que experimentava pela primeira vez a atuação no ensino de geometria analítica e, por isso, seu repertório se encontrava truncado em um determinado ponto do conteúdo. Uma vez que os itens foram apresentados em uma sequência semelhante à organização dos tópicos no currículo, ao cruzar tal ponto, o participante justificou, enquanto apreciava o item 17, que “aqui eu vou ter um pouquinho mais de dificuldade porque como eu não dei aula disso ainda, é mais difícil para mim”. Ressalta-se, aqui, que no processo de validação aparente, os especialistas foram unânimes em relação à validade desse item, bem como a respeito de sua clareza e em acordo com a alternativa considerada correta pelos autores. Entre outros, esses são indícios de que os itens avaliam, como pretendido, os subdomínios do MKT além do conhecimento comum do conteúdo, ou seja, eles têm o potencial de capturar aspectos da prática de ensinar, como no referido item, que verifica se o professor reconhece o que os alunos acham fácil ou difícil nas tarefas relacionadas ao conteúdo.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A eficácia da formação docente é, certamente, um importante pilar na constituição de um sistema educacional mais efetivo, e avaliar os cursos de formação inicial é imprescindível para que se possa endereçar essa questão de maneira mais objetiva. Nesse sentido, a proposta que se concretiza nesta pesquisa é a de que essa objetividade decorra de abordagens quantitativas possibilitadas pelos dados produzidos por aplicações em larga escala de instrumentos que permitam avaliar o PCK dos professores recém-formados em tais cursos, de modo que se confirme empiricamente a eficácia dos diversos modelos e estratégias de formação inicial existentes no Brasil.

Entretanto, é necessária cautela e respeito à complexidade que apresenta a profissão docente e, por transitividade, sua formação. Ser professor da educação básica no Brasil demanda ser capaz de lidar com questões socioemocionais, acolher angústias, bem como auxiliar nas suas elaborações, criar vínculos, mediar conflitos, conciliar discursos plurais e, por vezes antagônicos, entre outros aspectos da atuação do professor que não estão contidos no saber ensinar. Isto é, não são as manifestações dos conhecimentos dos docentes que compõem os modelos teóricos como o PCK e o MKT. Assim, considera-se que as ferramentas de avaliação mencionadas e propostas nesta pesquisa são capazes de avaliar os conhecimentos docentes, ou seja, apenas uma parte do que é, de fato, necessário para a atuação dos professores. Destaca-se, ainda, que no atual paradigma, o objetivo da formação inicial é justamente fomentar o desenvolvimento desses conhecimentos e, portanto, justifica-se a apreciação dos cursos de licenciatura por meio da avaliação de tais conhecimentos em seus egressos.

Ainda assim, essas ferramentas estão sujeitas às críticas que naturalmente são feitas às avaliações padronizadas. Em um contexto tão heterogêneo como o sistema educacional brasileiro, parece um contrassenso submeter alunos ou professores a qualquer tipo de uniformidade. No entanto, os alunos concluintes do ensino médio são, atualmente, submetidos a uma padronização induzida, ainda que de maneira indireta, pelos dispositivos de acesso ao ensino superior e pelo ENEM, que também fornece dados por meio dos quais avalia-se a própria educação básica no país em nível médio. Além disso, a qualidade de um sistema educacional é frequentemente associada à capacidade de formar indivíduos aptos a ter um bom desempenho nesses testes e, dessa forma, considera-se o professor eficaz como sendo aquele capaz de promover tal formação aos alunos.

Sob essas premissas, o modelo do MKT descreve de maneira efetiva o arcabouço de conhecimentos que um professor precisa mobilizar durante sua prática, o que faz de seus domínios excelentes balizas para a produção de instrumentos de avaliação dos professores principiantes e, conseqüentemente, dos cursos de formação inicial. Diante da possível mudança de paradigma decorrente da implantação gradativa de propostas de reforma da educação básica como a BNCC, é possível que os modelos teóricos tenham que ser revisados, adaptados ou substituídos para que possam continuar aportando a produção de avaliações.

Como discutido na seção 4, instrumentos fechados de avaliação, embora necessários para viabilizar a aplicação em larga escala e a produção de dados quantitativos, possuem aspectos indesejados para a avaliação de um construto como o PCK, que possui dimensões pessoais, advindas da experiência e, portanto, tácitas. Entretanto, a utilização dos recursos oferecidos pela psicometria pode minimizar os efeitos negativos da utilização de itens fechados. Por exemplo, durante o processo de validação aparente do item 16 (ver Anexo A), um dos especialistas discordou da resposta considerada correta pelos autores com a justificativa de que “os alunos têm dificuldade com o método de completar quadrados”. De fato, ao se tentar resolver os problemas propostos utilizando tal método, o problema A pode ter uma resolução mais fácil para os alunos, mas ao se utilizar um outro método, baseado em fórmulas, esse problema será provavelmente considerado como o mais difícil pelos alunos, conforme a opinião dos autores do item. Esse item ilustra as armadilhas da padronização inerente aos instrumentos fechados de avaliação, bem como o efeito atenuante da utilização dos recursos da psicometria, que, nesse caso, sugerem a exclusão do item ou, pelo menos, sua reformulação, tendo em vista a possibilidade dos dois métodos de resolução.

Outro exemplo é o item 14, cujo processo de validação cognitiva apontou que os participantes só foram capazes de respondê-lo corretamente após uma comparação entre as alternativas e, então, escolhendo a que lhes parecesse mais apropriada. Em outras palavras, aparentemente eles não seriam capazes de citar possíveis exemplos de aplicações daquele tópico curricular se o item fosse aberto, mas como se trata de um item fechado, eles puderam acertar a resposta sem de fato possuir o nível de MKT necessário para tanto, o que pode indicar a baixa validade do item. Nesse caso, para avaliar mais apropriadamente tal validade será necessário utilizar outras ferramentas psicométricas, que exigem um número maior de respondentes (ver seção 4.1).

Como esclarecido por Schmelzing *et al* (2013) na introdução da seção 4, existem dois tipos de PCK: o declarativo e o procedimental. Enquanto o segundo representaria aquela dimensão tácita e pessoal do PCK, o primeiro se associaria a um PCK teórico-formal, que

pode ser expresso em sentenças e transferido para outra pessoa. Sendo assim, uma vez que o procedimental supostamente advém da prática, caberia aos cursos de formação inicial docente fomentar o desenvolvimento do PCK declarativo nos futuros professores. Portanto, diante da sugestão de apreciar indiretamente os cursos de formação inicial por meio da avaliação dos seus egressos, tanto o instrumento, como o modelo teórico no qual ele se baseia, devem ser considerados dentro dos limites do PCK declarativo e, assim, os dados gerados por esse instrumento não devem ser generalizados como retratos de um PCK global. É nesse sentido que os dois exemplos mencionados anteriormente ilustram, de maneira representativa, como os recursos da psicomетria, aliados a uma equipe de autores heterogênea, composta por experientes representantes de diversos contextos, devem resultar na produção de itens que cumpram satisfatoriamente seu papel.

Particularmente, para o desenvolvimento desta pesquisa, foi preciso fracionar os recursos disponíveis, especialmente o tempo, entre as investigações da questão de pesquisa e de suas subsidiárias e os processos de produção e validação dos itens. Entretanto, se pesquisas sucessoras se apropriarem da investigação e do levantamento bibliográfico aqui oferecidos, e puderem concentrar seus recursos na produção e na validação completa dos itens, utilizando outros tantos recursos psicométricos, é possível que em algum tempo exista, como nas avaliações padronizadas, um banco de itens, que contemple os outros conteúdos, não só da matemática, mas também de outras disciplinas, e que possibilite a produção periódica de instrumentos de avaliação e, conseqüentemente, de dados a respeito da formação docente no Brasil. Ademais, outros recursos ainda podem ser explorados como, por exemplo, as tecnologias digitais que possibilitam a criação de itens baseados em trechos de vídeos e simulações interativas. É claro que isso possivelmente inaugurará novos desafios como, por exemplo, não permitir que esses dados sejam inapropriadamente interpretados como indicadores da qualidade do trabalho de um professor em exercício, ou evitar que os cursos de formação docente percorram a mesma trajetória dos sistemas de educação básica, que frequentemente instrumentalizam os anos finais – o ensino médio – em função do desempenho dos seus concluintes nessas avaliações.

Por fim, uma última reflexão que merece ser inaugurada é a respeito de uma proposta formativa que pode emergir de pesquisas como esta. Os teóricos Baxter & Lederman (1999) ressaltam o potencial que as avaliações do PCK possuem para estimular o processo reflexivo nos respondentes e, conseqüentemente, fomentar seu desenvolvimento. Durante a etapa de validação cognitiva dos itens desta pesquisa, foi possível perceber indícios desse processo mesmo mediante a utilização de itens fechados. Por exemplo, constatou-se que o item 10

também só pôde ser corretamente respondido pelos participantes por meio da comparação entre as alternativas, ou seja, nenhum deles parecia conhecer previamente a relação entre os dois tópicos curriculares mencionados, mas enquanto comparavam as respostas sugeridas, eles perceberam que cada possível classificação de um sistema linear corresponde a uma possível posição relativa entre duas retas. Ademais, durante a resolução do item 13, os participantes mostraram ter se apropriado de tal relação ao avaliar a afirmação feita por Luíza, que novamente associa o problema de se determinar a posição relativa entre duas retas ao de analisar as soluções de um sistema linear.

Para além do estímulo à reflexão, Warbutron (2014) concluiu que, mesmo que o objetivo de uma atividade de formação seja apenas abordar o conhecimento do conteúdo, os participantes potencialmente incrementavam seus níveis de MKT pelo fato de aprenderem o conteúdo com o objetivo de ensiná-lo (ver seção 3.1.2). Nesse sentido, o modelo teórico do MKT oferece um referencial dos aspectos que podem ser deliberadamente enaltecidos nas atividades formativas. Em outras palavras, sugere-se formatar os cursos de formação inicial como, por exemplo, a disciplina de geometria analítica, não só em vista do conhecimento do conteúdo, mas também, dos outros domínios do MKT e suas manifestações, como apresentar ideias matemáticas, responder aos porquês dos alunos, saber o que eles costumam confundir e o que acham fácil ou difícil entre as tarefas, bem como saber modificá-las para alterar sua dificuldade, encontrar exemplos, utilizar e criticar o uso de notações e linguagem matemática, formular perguntas produtivas para estimular o raciocínio dos alunos, saber avaliar sua aprendizagem, entre outras. Dessa forma, não apenas o repertório dos futuros professores pode ser abastecido com o conhecimento de tais aspectos do conteúdo ainda durante a formação inicial, mas também a consciência de que são eles que fundamentam a prática docente. Isso certamente potencializará as atividades formativas pautadas na observação do exercício de professores mais experientes, uma vez que os licenciandos saberão quais aspectos da aula são manifestações do PCK, ou seja, do saber ensinar de um professor.

Em síntese, a formação docente, tal como a profissão, apresenta uma complexidade de facetas, por vezes essencialmente subjetivas. Entretanto, diante da missão de melhorar a qualidade dos cursos de formação, é imperativo imprimir alguma objetividade, ainda que seja apenas no que tange os conhecimentos que podem ser formalmente expressos e, portanto, avaliados. Assim, os modelos de conhecimentos docentes como o PCK e, particularmente para a matemática, o MKT, apresentam valiosas potencialidades não só para a construção de avaliações que possibilitem a obtenção de dados quantitativos, mas também para uma possível reformulação dos cursos de formação inicial docente no Brasil.



## REFERÊNCIAS

- ABDULLAH, S. I. S. S.; HALIM, L. Development of instrument measuring the level of teachers' Pedagogical Content Knowledge (PCK) in environmental education. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, [s. l.], v. 9, p. 174–178, 2010. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810022366>. Acesso em: 13 dez. 2018.
- ABDULLAH, S. I. S. S.; HALIM, L. Influence of Teaching Option and Teaching Experience on Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Environmental Education. **Journal of The Korean Association For Science Education**, [s. l.], v. 32, n. 8, p. 1378–1389, 2012. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/journal/view.jsp?kj=GHGOBX&py=2012&vnc=v32n8&sp=1378>.
- ARAUJO, E. A. C.; ANDRADE, D. F.; BORTOLOTTI, S. L. V. Teoria de resposta ao item. **Estudos em Avaliação Educacional**, [s. l.], n. 21, p. 7, 2000. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/ea/article/view/2225>.
- BALL, D.; HILL, H. **Mathematical knowledge for teaching (MKT) measures**, Ann Arbor, 2008.
- BALL, D. L.; ROWAN, B. Introduction: Measuring Instruction. **The Elementary School Journal**, [s. l.], v. 105, n. 1, p. 3–10, 2004. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/428762>. Acesso em: 18 abr. 2019.
- BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. **Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?** [s.l: s.n.]. v. 59.
- BARNETT, J.; HODSON, D. Pedagogical context knowledge: Toward a fuller understanding of what good science teachers know. **Science Education**, [s. l.], v. 85, n. 4, p. 426–453, 2001. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/sce.1017>.
- BAXTER, J. A.; LEDERMAN, N. G. Assessment and Measurement of Pedagogical Content Knowledge. In: **Examining Pedagogical Content Knowledge**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 147–161.
- BITTENCOURT, H. R.; CREUTZBERG, M.; RODRIGUES, A. C. de M.; CASARTELLI, A. de O.; FREITAS, A. L. S. De. Desenvolvimento e validação de um instrumento para avaliação de disciplinas na educação superior. **Estudos em Avaliação Educacional**, [s. l.], v. 22, n. 48, p. 91, 2011. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/ea/article/view/1994>.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): **Documento Básico do Exame Nacional do Ensino Médio 2002**. Brasília: INEP/MEC. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/ENEM+-+Exame+Nacional+do+Ensino+M%C3%A9dio+documento+b%C3%A1sico+2002/193b6522-cd52-4ed2-a30f-24c582ae941d?version=1.2> Acesso em novembro de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Gabinete do Ministro. Portaria nº 807, de 18 de junho de 2010. Institui o Exame Nacional do Ensino Médio - Enem como procedimento de avaliação cujo objetivo é aferir se o participante do Exame, ao final do ensino médio, demonstra domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna e conhecimento das formas contemporâneas de linguagem. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 21 de junho de 2010. Seção 1, p. 71. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/legislacao/2010/portaria807\\_180610.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/legislacao/2010/portaria807_180610.pdf) Acesso em novembro de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): **Relatório Final do Exame Nacional do Ensino Médio 98**. Brasília: INEP/MEC. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/ENEM+-+Exame+Nacional+do+Ensino+M%C3%A9dio+relat%C3%B3rio+final+98/f4cf226a-6961-4289-9afb-da8c0032ff89?version=1.2> Acesso em novembro de 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): **Relatório Pedagógico do Exame Nacional do Ensino Médio 2009-2010**. Brasília: INEP/MEC. Disponível em: [http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset\\_publisher/6JYIsGMAMkWI/document/id/493832](http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset_publisher/6JYIsGMAMkWI/document/id/493832) Acesso em novembro de 2020.

BRASIL. Lei Federal 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Brasília, DF, 25. Jun. 2014. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm) Acesso em novembro de 2020

CALLINGHAM, R.; CARMICHAEL, C.; WATSON, J. M. Explaining Student Achievement: the Influence of Teachers' Pedagogical Content Knowledge in Statistics. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 14, n. 7, p. 1339–1357, 2016. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s10763-015-9653-2>. Acesso em: 30 out. 2018.

COCHRAN, K. F.; KING, R. A.; DERUITER, J. A. Pedagogical content knowledge: A Tentative Model for Teacher Preparation. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION 1991, **Anais...** [s.l: s.n.]

CRISPIM, C. D. V. **O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo de licenciandos em Química: uma experiência baseada na produção de sequências didáticas**. 2016. UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ, [s. l.], 2016. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=3609331](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3609331). Acesso em: 7 set. 2018.

CUNHA, C. M.; DE ALMEIDA NETO, O. P.; STACKFLETH, R. Principais métodos de avaliação psicométrica da validade de instrumentos de medida. **Revista Brasileira Ciências da Saúde - USCS**, [s. l.], v. 14, n. 47, 2016. Disponível em: [http://seer.uscs.edu.br/index.php/revista\\_ciencias\\_saude/article/view/3391](http://seer.uscs.edu.br/index.php/revista_ciencias_saude/article/view/3391).

CUNHA, L. M. A. Da. **Modelos Rasch e escalas de Likert e Thurstone na medição de atitudes**. 2007. [s. l.], 2007.

DER VALK, T. (A. E. . Van; (H.G.B.) BROEKMAN, H. The Lesson Preparation Method: a way of investigating pre-service teachers' pedagogical content knowledge. **European Journal of Teacher Education**, [s. l.], v. 22, n. 1, p. 11–22, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0261976990220102>.

DIAS, R. E.; LOPES, A. C. Competências na formação de professores no Brasil: o que (não) há de novo. **Educação & Sociedade**, [s. l.], v. 24, n. 85, p. 1155–1177, 2003. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0101-73302003000400004&lng=pt&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73302003000400004&lng=pt&tlng=pt).

ELIAS, P. G. **Indícios do conhecimento pedagógico do conteúdo de licenciandos em química durante o estágio supervisionado**. 2011. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81132/tde-31052012-102511/>. Acesso em: 24 ago. 2018.

FERNANDEZ, C. Revisitando a base de conhecimentos e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) de professores de ciências. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências (Belo Horizonte)**, [s. l.], v. 17, n. 2, p. 500–528, 2015. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1983-21172015000200500&lng=pt&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-21172015000200500&lng=pt&tlng=pt). Acesso em: 24 ago. 2018.

GASTALDO, B. C. **Quatro estudos sobre o PCK e alguns reflexos na formação inicial de professores**. 2017. UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC, [s. l.], 2017. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=5523792](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5523792). Acesso em: 7 set. 2018.

GESS-NEWSOME, J. Pedagogical Content Knowledge: An Introduction and Orientation. In: **Examining Pedagogical Content Knowledge**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 3–17.

GIL, A. C. **Como elaborar projeto de pesquisa**, 2002.

GIROTTTO JÚNIOR, G. **De licenciando a professor de química: um olhar sobre o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo**. 2012. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81132/tde-31052012-100716/>. Acesso em: 25 ago. 2018.

GIROTTTO JÚNIOR, G. **Análise do conhecimento pedagógico do conteúdo de professores de química a partir da perspectiva dos educandos**. 2015. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81132/tde-17122015-114606/>. Acesso em: 24 ago. 2018.

GOES, L. F. De. **Conhecimento pedagógico do conteúdo: estado da arte no campo da educação e no ensino de química**. 2014. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81132/tde-30042015-154835/>. Acesso em: 25



ago. 2018.

GROSSMAN, P. **The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education.** New York.

HALIM, L.; MEERAN, S.; ZAKARIA, E.; ABDULLAH, S. I. S. S.; TAMBYCHIK, T. An Exploratory Factor Analysis in Developing Pedagogical Content Knowledge Scale for Teaching Science. **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology**, [s. l.], v. 4, p. 3558–3564, 2012. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/261550419\\_An\\_Exploratory\\_Factor\\_Analysis\\_in\\_Developing\\_Pedagogical\\_Content\\_Knowledge\\_Scale\\_for\\_Teaching\\_Science?enrichId=rgreq-6a7848c8a2dcc3f7a7374a876eed2477-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzI2MTU1MDQxOTtBUzoxMDQ5M](https://www.researchgate.net/publication/261550419_An_Exploratory_Factor_Analysis_in_Developing_Pedagogical_Content_Knowledge_Scale_for_Teaching_Science?enrichId=rgreq-6a7848c8a2dcc3f7a7374a876eed2477-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzI2MTU1MDQxOTtBUzoxMDQ5M).

HASHWEH, M. Z. Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. **Teachers and Teaching**, [s. l.], v. 11, n. 3, p. 273–292, 2005. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13450600500105502>.

HERBST, P.; KOSKO, K. Mathematical Knowledge for Teaching and its Specificity to High School Geometry Instruction. In: **Research Trends in Mathematics Teacher Education.** Cham: Springer International Publishing, 2014. p. 23–45.

HEWSON, P. W.; HEWSON, M. G. A. Analysis and Use of a Task for Identifying Conceptions of Teaching Science. **Journal of Education for Teaching**, [s. l.], v. 15, n. 3, p. 191–209, 1989. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0260747890150302>. Acesso em: 15 jul. 2019.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 39, n. 4, p. 372–400, 2008. Disponível em: <http://www-jstor-org.ez87.periodicos.capes.gov.br/stable/40539304>.

HILL, H. C.; SCHILLING, S. G.; BALL, D. L. Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. **The Elementary School Journal**, [s. l.], v. 105, n. 1, p. 11–30, 2004. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/428763>. Acesso em: 18 abr. 2019.

HILL, H.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. **American Educational Research Journal**, [s. l.], v. 42, n. 2, p. 371–406, 2005. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.3102/00028312042002371>. Acesso em: 18 abr. 2019.

JANG, S.-J. Assessing college students' perceptions of a case teacher's pedagogical content knowledge using a newly developed instrument. **Higher Education**, [s. l.], v. 61, n. 6, p. 663–678, 2011. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s10734-010-9355-1>. Acesso em: 15 jul. 2019.

JOHNSON, R. B.; ONWUEGBUZIE, A. J. Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. **Educational Researcher**, [s. l.], v. 33, n. 7, p. 14–26, 2004.

JÜTTNER, M.; BOONE, W.; PARK, S.; NEUHAUS, B. J. Development and use of a test instrument to measure biology teachers' content knowledge (CK) and pedagogical content knowledge (PCK). **Educational Assessment, Evaluation and Accountability**, [s. l.], v. 25, n. 1, p. 45–67, 2013. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11092-013-9157-y>. Acesso em: 30 out. 2018.

JÜTTNER, M.; NEUHAUS, B. J. Validation of a Paper-and-Pencil Test Instrument Measuring Biology Teachers' Pedagogical Content Knowledge by Using Think-Aloud Interviews. **Journal of Education and Training Studies**, [s. l.], v. 1, n. 2, 2013. Disponível em: <http://redfame.com/journal/index.php/jets/article/view/126>. Acesso em: 12 nov. 2018.

KARABENICK, S. A.; WOOLLEY, M. E.; FRIEDEL, J. M.; AMMON, B. V.; BLAZEWSKI, J.; BONNEY, C. R.; DE GROOT, E.; GILBERT, M. C.; MUSU, L.; KEMPLER, T. M.; KELLY, K. L. Cognitive processing of self-report items in educational research: Do they think what we mean? **Educational Psychologist**, [s. l.], v. 42, n. 3, p. 139–151, 2007.

KAZEMI, F.; RAFIEPOUR, A. Developing a Scale to Measure Content Knowledge and Pedagogy Content Knowledge of In-Service Elementary Teachers on Fractions. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 16, n. 4, p. 737–757, 2018. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s10763-016-9792-0>. Acesso em: 30 out. 2018.

KIM, S.; FELDT, L. S. The estimation of the IRT reliability coefficient and its lower and upper bounds, with comparisons to CTT reliability statistics. **Asia Pacific Education Review**, [s. l.], v. 11, n. 2, p. 179–188, 2010.

KIND, V. Pedagogical content knowledge in science education: perspectives and potential for progress. **Studies in Science Education**, [s. l.], v. 45, n. 2, p. 169–204, 2009. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03057260903142285>. Acesso em: 12 jul. 2019.

KLEICKMANN, T.; RICHTER, D.; KUNTER, M.; ELSNER, J.; BESSER, M.; KRAUSS, S.; BAUMERT, J. **Teachers' Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: The Role of Structural Differences in Teacher Education**. [s.l: s.n.]. v. 64.

KRAUSS, S.; BAUMERT, J.; BLUM, W. Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. **ZDM**, [s. l.], v. 40, n. 5, p. 873–892, 2008. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11858-008-0141-9>. Acesso em: 30 out. 2018.

KRAUSS, S.; BRUNNER, M.; KUNTER, M.; BAUMERT, J.; BLUM, W.; NEUBRAND, M.; JORDAN, A. **Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers**. [s.l: s.n.]. v. 100.

LEE, E.; LUFT, J. A. Experienced Secondary Science Teachers' Representation of Pedagogical Content Knowledge. **International Journal of Science Education**, [s. l.], v. 30, n. 10, p. 1343–1363, 2008. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500690802187058>.

LEE, J. Exploring Kindergarten Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Mathematics.

**International Journal of Early Childhood**, [s. l.], v. 42, n. 1, p. 27–41, 2010. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s13158-010-0003-9>.

LOUGHRAN, J.; BERRY, A.; MULHALL, P. **Understanding and Developing Science Teachers' Pedagogical Content Knowledge**. 2. ed. Rotterdam: Sense Publishers, 2012. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-94-6091-821-6>.

LOUGHRAN, J.; MULHALL, P.; BERRY, A. In search of pedagogical content knowledge in science: Developing ways of articulating and documenting professional practice. **Journal of Research in Science Teaching**, [s. l.], v. 41, n. 4, p. 370–391, 2004. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/tea.20007>.

LUCIAN, R.; DORNELAS, J. S. Mensuração de Atitude: Proposição de um Protocolo de Elaboração de Escalas Measurement of Attitude: Proposition of a Protocol for Preparation of Scales. **Revista de Administração Contemporânea**, [s. l.], v. 19, n. 2, p. 157–177, 2015. Disponível em: <http://www.anpad.org.br/rac>.

MAGNUSSON, S.; KRAJCIK, J.; BORKO, H. Nature, Sources, and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching. In: GESS-NEWSOME, J.; LEDERMAN, N. G. (Eds.). **Examining Pedagogical Content Knowledge**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 95–132.

MAZON, M. J. S. [UNESP]. **TPACK (Conhecimento pedagógico de conteúdo tecnológico): relação com as diferentes gerações de professores de matemática**. 2012. Universidade Estadual Paulista (UNESP), [s. l.], 2012. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/90962>. Acesso em: 7 set. 2018.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. **Teachers College Record**, [s. l.], v. 108, n. 6, p. 1017–1054, 2006. Disponível em: <http://www.tcrecord.org/>.

MORINE-DERSHIMER, G.; KENT, T. The Complex Nature and Sources of Teachers' Pedagogical Knowledge. In: GESS-NEWSOME, J.; LEDERMAN, N. G. (Eds.). **Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and its Implications for Science Education**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1999. p. 21–50.

NILSSON, P. Teaching for Understanding: The complex nature of pedagogical content knowledge in pre-service education. **International Journal of Science Education**, [s. l.], v. 30, n. 10, p. 1281–1299, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/09500690802186993>.

OLFOS, R.; GOLDRINE, T.; ESTRELLA, S. Teachers' pedagogical content knowledge and its relation with students' understanding. **Revista Brasileira de Educação**, [s. l.], v. 19, n. 59, p. 913–944, 2014. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-24782014000900006&lng=en&tlng=en](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782014000900006&lng=en&tlng=en). Acesso em: 24 ago. 2018.

PARK, S.; OLIVER, J. S. Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. **Research in Science Education**, [s. l.], v. 38, n. 3, p. 261–284, 2008. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11165-007-9049-6>.

PASQUALI, L. Psicometria. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, [s. l.], v. 43, n. spe, p. 992–999, 2009. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0080-62342009000500002&lng=pt&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0080-62342009000500002&lng=pt&tlng=pt).

PENG, W. Examining Pedagogical Content Knowledge ( PCK ) for Business English Teaching : Concept and Model. **Polyglossia**, [s. l.], v. 25, p. 83–94, 2013.

PHELPS, G.; HOWELL, H. Assessing mathematical knowledge for teaching: The role of teaching context. **Mathematics Enthusiast**, [s. l.], 2016.

PHELPS, G.; WEREN, B.; CROFT, A.; GITOMER, D. Developing Content Knowledge for Teaching Assessments for the Measures of Effective Teaching Study. **ETS Research Report Series**, [s. l.], v. 2014, n. 2, p. 1–92, 2014. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/ets2.12031>. Acesso em: 25 abr. 2019.

POLIT, D. F.; BECK, C. T. The content validity index: Are you sure you know what’s being reported? critique and recommendations. **Research in Nursing & Health**, [s. l.], v. 29, n. 5, p. 489–497, 2006. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1002/nur.20147>.

REYES, F.; GARRITZ, A. Conocimiento pedagógico del concepto de “reacción química” en profesores universitarios mexicanos. **Revista mexicana de investigación educativa**, [s. l.], v. 11, n. 31, p. 1175–1205, 2006. Disponível em: <https://biblat.unam.mx/es/revista/revista-mexicana-de-investigacion-educativa/articulo/conocimiento-pedagogico-del-concepto-de-reaccion-quimica-en-profesores-universitarios-mexicanos>. Acesso em: 22 jun. 2018.

ROLLNICK, M.; BENNETT, J.; RHEMTULA, M.; DHARSEY, N.; NDLOVU, T. The Place of Subject Matter Knowledge in Pedagogical Content Knowledge: A case study of South African teachers teaching the amount of substance and chemical equilibrium. **International Journal of Science Education**, [s. l.], v. 30, n. 10, p. 1365–1387, 2008. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500690802187025>. Acesso em: 11 jul. 2019.

ROWAN, B.; G. SCHILLING, S.; L. BALL, D.; MILLER, R.; ATKINS-BURNETT, S.; CAMBURN, E.; HARRISON, D.; PHELPS, G. Measuring Teachers’ Pedagogical Content Knowledge in Surveys: An Exploratory Study. [s. l.], 2001.

SANTOS, M. de F. R.; SANTOS, S. R. **Metodologia da pesquisa em educação**. [s.l.: s.n.].

SARTES, L. M. A.; DE SOUZA-FORMIGONI, M. L. O. Avanços na psicometria: Da teoria clássica dos testes à teoria de resposta ao item. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, [s. l.], v. 26, n. 2, p. 241–250, 2013.

SCHMELZING, S.; VAN DRIEL, J. H.; JÜTTNER, M.; BRANDENBUSCH, S.; SANDMANN, A.; NEUHAUS, B. J. Development, evaluation, and validation of a paper-and-pencil test for measuring two components of biology teachers’ pedagogical content knowledge concerning the “cardiovascular system”. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 11, n. 6, p. 1369–1390, 2013. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s10763-012-9384-6>. Acesso em: 30 out. 2018.

SCHOEN, R. C.; BRAY, W.; WOLFE, C.; TAZAZ, A.; NIELSEN, L. Developing an Assessment Instrument to Measure Early Elementary Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching. **The Elementary School Journal**, [s. l.], v. 118, n. 1, p. 55–81, 2017. Disponível em: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/692912>. Acesso em: 18 abr. 2019.

SHULMAN, L. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 4–14, 1986. Disponível em: <http://links.jstor.org/sici?sici=0013-189X%28198602%2915%3A2%3C4%3ATWUKGI%3E2.0.CO%3B2-X&origin=crossref>.

SHULMAN, L. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, [s. l.], v. 57, n. 1, p. 1–23, 1987. Disponível em: <http://hepgjournals.org/doi/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>. Acesso em: 19 out. 2018.

SOUZA, A. C. De; ALEXANDRE, N. M. C.; GUIRARDELLO, E. de B.; SOUZA, A. C. De; ALEXANDRE, N. M. C.; GUIRARDELLO, E. de B. Propriedades psicométricas na avaliação de instrumentos: avaliação da confiabilidade e da validade. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, [s. l.], v. 26, n. 3, p. 649–659, 2017. Disponível em: [http://revista.iec.gov.br/template\\_doi\\_ess.php?doi=10.5123/S1679-49742017000300649&scielo=S2237-96222017000300649](http://revista.iec.gov.br/template_doi_ess.php?doi=10.5123/S1679-49742017000300649&scielo=S2237-96222017000300649).

SUN, M.; WILHELM, A. G.; LARSON, C. J.; FRANK, K. A. Exploring colleagues' professional influence on mathematics teachers' learning. **Teachers College Record**, [s. l.], v. 116, n. 6, p. 1–30, 2014.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 11. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

VAN DRIEL, J. H.; VERLOOP, N.; DE VOS, W. Developing science teachers' pedagogical content knowledge. **Journal of Research in Science Teaching**, [s. l.], v. 35, n. 6, p. 673–695, 1998. Disponível em: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2736\(199808\)35:6%3C673::AID-TEA5%3E3.0.CO](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199808)35:6%3C673::AID-TEA5%3E3.0.CO).

VEAL, W.; MAKINSTER, J. Pedagogical Content Knowledge Taxonomies. **Electronic Journal of Science Education**, [s. l.], v. 3, n. 4, 1999.

WARBURTON, R. SKE courses and bursaries: examining government strategies to tackle mathematics teacher quantity and quality issues. [s. l.], p. 343–350, 2014.

WEBB, S. A. Receptive Learning. In: SEEL, N. M. (Ed.). **Encyclopedia of the Sciences of Learning**. Boston, MA: Springer US, 2012. p. 2783–2785.

WILLIAMS, J.; LOCKLEY, J. Using CoRes to Develop the Pedagogical Content Knowledge ( PCK ) of Early Career Science and Technology Teachers. [s. l.], v. 24, n. 1, 2012.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A – ITENS DO INSTRUMENTO

- 1) Para avaliar seus alunos sobre os conceitos básicos de geometria analítica, o professor Frederico fez a seguinte pergunta na prova:

Qual dos pontos abaixo necessariamente pertence ao 2º quadrante do plano cartesiano?

- A.  $(-a, a)$
- B.  $(\sqrt{2} - 2, 7 + \sqrt{3})$
- C.  $(1, 3)$
- D.  $(b, 2b)$

Oito de seus alunos erraram a questão, assinalando todos a mesma alternativa ERRADA. Qual das alternativas erradas dessa questão é a mais provável de ser escolhida pelos alunos?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D

RESPOSTA: A

- 2) Em uma aula de geometria analítica, logo após apresentar a fórmula da distância entre dois pontos no plano cartesiano ( $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ ), a professora Fernanda recebe, de um aluno, o seguinte questionamento: “Você disse que essa fórmula decorre do Teorema de Pitágoras. Então por que, em vez de memorizá-la, nós não podemos sempre representar os pontos em um plano, desenhar o triângulo e calcular a hipotenusa?”. Diante disso, qual das seguintes perguntas a professora Fernanda pode fazer a esse aluno para convencê-lo da necessidade de se memorizar tal fórmula?

- a) Como fazer, então, para calcular a área de um triângulo no plano cartesiano?
- b) Como provar que um triângulo é equilátero?
- c) Como encontrar as coordenadas de um ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares que é equidistante de outros dois pontos fixos?
- d) Como determinar a distância entre um ponto e uma reta?

RESPOSTA: C

- 3) O professor Eduardo, durante uma aula sobre retas no plano cartesiano, questionou os alunos sobre qual seria o ponto de interseção entre a reta de equação  $2x+y=4$  e o eixo  $y$ . André, um bom aluno, prontamente respondeu: “o ponto de interseção é 4”. O professor Eduardo fez uma ressalva sobre a resposta de André. Qual das colocações abaixo é a mais apropriada para Eduardo fazer ao aluno?

- a) “Você deu sorte! É preciso isolar o  $y$  antes, sempre!”
- b) “O ponto de interseção é  $(0,4)$ ”
- c) “Observe que a reta é decrescente”
- d) “Perceba que a reta não passa pelo 3º quadrante”

RESPOSTA: B

- 4) Após desenvolver o conteúdo de área de triângulos em geometria analítica, o professor Antônio, de maneira improvisada, pede para seus alunos determinarem a área do triângulo de vértices A(1,3), B(2,6) e C(3,9). Eis que um deles diz que não é possível, pois o resultado do determinante é igual a zero. Diante desse impasse, o jovem professor pergunta se alguém se ofereceria para tentar explicar o que havia acontecido. Assim, os alunos Artur, Brenda, Caio e Danilo fizeram as seguintes afirmações:

**Artur:** Precisamos analisar se as medidas dos lados satisfazem a desigualdade triangular.

**Brenda:** Provavelmente esse triângulo não seja retângulo.

**Caio:** Nem sempre três pontos do plano formam um triângulo.

**Danilo:** Os três pontos não pertencem a uma circunferência.

Qual dos jovens alunos deu uma explicação coerente?

- a) Artur
- b) Brenda
- c) Caio
- d) Danilo

RESPOSTA: C

- 5) ITEM EXCLUÍDO DURANTE O PROCESSO DE VALIDAÇÃO

- 6) Para iniciar uma aula de geometria analítica sobre posições relativas entre retas, a professora Juliana decide fazer um teste rápido com a turma para aferir a fluência dos alunos na determinação do coeficiente angular de uma reta a partir de sua equação. Assim, ela escreve a seguinte equação na lousa e pergunta: “Qual é o coeficiente angular dessa reta?”

$$3x + 2y - 7 = 0$$

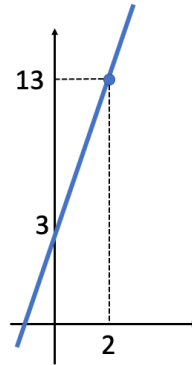
Diante da hesitação da turma, ela decide perguntar o coeficiente angular de uma série de retas para ajudá-los a recordar o conteúdo e descobrir a resposta da questão original. Qual das sequências abaixo seria a mais conveniente para guiar o raciocínio dos alunos para conseguirem responder à pergunta original?

- |            |                |                         |                    |
|------------|----------------|-------------------------|--------------------|
| a) $y = x$ | b) $x + y = 0$ | c) $y = 3x - 8$         | d) $y = 2x - 1$    |
| $y = 2x$   | $x + y = 1$    | $y = -\frac{2}{3}x + 7$ | $y - 2x + 1 = 0$   |
| $y = 3x$   | $x + y = 2$    | $y - 5x + 2 = 0$        | $4x - y + 6 = 0$   |
| $y = 4x$   | $x + y = 3$    | $y + x = 1$             | $4x + 2y - 10 = 0$ |

RESPOSTA: D



- 7) A professora Gabriela propôs a seus alunos o problema de se determinar a equação da reta representada a seguir:



Dois alunos, João e Maria, resolveram corretamente o problema, embora cada um de uma maneira:

João	Maria
$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{13 - 3}{2 - 0} = 5$ $y - y_0 = m(x - x_0)$ $y - 3 = 5(x - 0)$ $y - 3 = 5x$	$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{13 - 3}{2 - 0} = 5$ $y = mx + b$ $y = 5x + 3$

Após o professor discutir com a turma ambos os métodos, Fernanda, uma outra aluna, disse preferir o método de Maria, por ser menos trabalhoso. Considerando o problema de se determinar a equação de uma reta que passa por dois pontos P e Q dados, em qual das seguintes opções a seguir Fernanda poderá aplicar exatamente os mesmos passos executados por Maria?

- P(1,5) e Q(2,0)
- P(-2,3) e Q(0,7)
- P(5,5) e Q(3,3)
- P(1,1) e Q(1,3)

RESPOSTA: B

- 8) Durante uma aula introdutória sobre inclinação e coeficiente angular de uma reta, o professor Felipe, de maneira improvisada, decide propor a seguinte série de exercícios para a turma a fim de avaliar se todos seriam capazes de calcular o coeficiente angular de uma reta, dados dois pontos por onde ela passa.

**Exercício:** Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos P e Q em cada um dos casos a seguir:

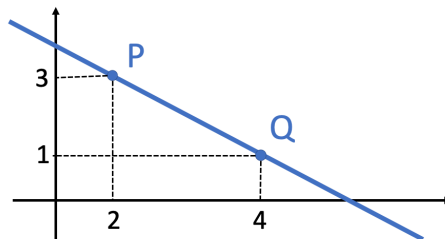
- P(1,0) e Q(-1,1)
- P(2,5) e Q(0,2)
- P(4,3) e Q(-3,3)
- P(2,2) e Q(7,7)
- P(3,1) e Q(3,2)
- P(-1,3) e Q(0,0)

Satisfatoriamente, os alunos estavam se saindo bem na tarefa até alcançarem o item (e) do exercício proposto, quando a turma apresentou uma dúvida de forma generalizada. Diante da situação, o professor estabeleceu uma analogia com outro conteúdo matemático já conhecido pelos alunos para justificar a inexistência de solução para tal item. Qual das alternativas abaixo melhor representa essa analogia?

- O valor  $0^0$  é uma indeterminação.
- Não existe o valor da tangente de  $90^\circ$ .
- Não se deve cancelar o fator  $(x-2)$  na equação  $(x-2) \cdot (x-3) = 5 \cdot (x-2)$ .
- Uma condição para que o método de Cramer seja utilizado é a de que o determinante da matriz dos coeficientes do sistema seja não nulo.

RESPOSTA: B

- 9) Durante uma aula introdutória sobre retas, após apresentar a fórmula para cálculo do coeficiente angular, o professor Fábio quer fazer uma rápida verificação do entendimento da turma. Assim, ele desenha na lousa a seguinte reta e propõe que seja calculado o seu coeficiente angular.



Três de seus alunos, Paulo, Jéssica e Márcio, não conseguiram efetuar o cálculo corretamente e apresentaram as seguintes soluções:

Paulo	Jéssica	Márcio
$m = \frac{3 - 1}{4 - 2}$	$m = \frac{1 - 3}{2 - 4}$	$m = \frac{2 - 4}{3 - 1}$

Quais alunos cometeram o mesmo erro?

- Paulo e Márcio
- Paulo e Jéssica
- Jéssica e Márcio
- Paulo, Jéssica e Márcio

RESPOSTA: B

- 10) O Professor Marcos quer finalizar sua aula sobre posição relativa entre retas no plano cartesiano mostrando a seus alunos a relação entre esse e um outro tópico curricular já trabalhado com os alunos. Qual das seguintes opções Marcos pode utilizar?

- Estudo do sinal de uma função.
- Fatoração de expressões algébricas.
- Classificação de sistemas lineares.
- Resolução de problemas do 1º grau.

RESPOSTA: C

- 11) Durante uma discussão com sua turma sobre a determinação da posição relativa entre duas retas no plano cartesiano, o professor Jean escreve as seguintes equações na lousa:

$$\begin{array}{l} r: y = x - 2 \\ s: y + 2x - 5 = 0 \\ t: y = 2x + 3 \end{array}$$

Um aluno afirma, erroneamente, que as retas  $s$  e  $t$  são paralelas. Entre as opções a seguir, a causa mais provável para o erro cometido pelo aluno é:

- O aluno não sabe o que são retas paralelas sob a perspectiva da geometria analítica.
- O aluno confundiu retas paralelas com retas perpendiculares.
- O aluno não sabe o que é coeficiente angular.
- O aluno não se atentou para o fato de que a reta  $s$  se apresenta na forma geral.

RESPOSTA: D

- 12) Durante uma aula sobre posições relativas entre retas no plano cartesiano, a professora Ana Clara gostaria de ilustrar para seus alunos, por meio de um exemplo, o fato de que o produto dos coeficientes angulares de duas retas perpendiculares é igual a  $-1$ . Qual dos itens a seguir seria o melhor exemplo a ser escolhido pela professora?

- Utilizar as coordenadas dos vértices de um quadrado e mostrar que suas diagonais são também bissetrizes dos ângulos internos.
- Utilizar as coordenadas dos vértices de um trapézio isósceles e mostrar que sua altura é perpendicular às bases.
- Utilizar as coordenadas dos vértices de um triângulo retângulo para mostrar que os catetos são perpendiculares.
- Utilizar as coordenadas dos vértices de um paralelogramo e mostrar seus lados são paralelos.

RESPOSTA: C

- 13) A professora Beatriz quer começar sua aula retomando o conteúdo que fora estudado na aula anterior, cujo tema havia sido posições relativas entre retas no plano cartesiano. Para isso, ela faz, oralmente, a seguinte pergunta para a sua turma: “Se eu fornecer a vocês as equações de duas retas, como podemos determinar se elas são paralelas?”. Logo os alunos começaram a responder à pergunta. Algumas das respostas obtidas estão registradas a seguir.

- Júlia: “Podemos desenhar as retas num mesmo sistema de coordenadas cartesianas”.
- Fabício: “Podemos encontrar seus coeficientes angulares a partir das equações fornecidas”.
- Luíza: “Podemos tentar determinar a interseção dessas retas, resolvendo um sistema linear”.
- André: “Podemos calcular a distância entre elas”.

Qual (quais) delas não pode(m) ser aceita(s) como correta(s)?

- a) Apenas Júlia
- b) Apenas Fabrício
- c) Luíza e André
- d) André e Júlia

RESPOSTA: D

14) Enquanto preparava suas aulas sobre posições relativas entre retas no plano cartesiano, o professor Vinicius quer elaborar um bom exercício de aplicação que contemple a condição de perpendicularidade entre duas retas (produto dos coeficientes angulares igual a -1). Dos itens a seguir, aquele que não atende à expectativa é:

- a) encontrar a equação da mediatriz de um segmento de reta  $\overline{AB}$ , dadas as coordenadas dos pontos A e B.
- b) encontrar a equação da reta suporte do lado  $\overline{AB}$  de um retângulo ABCD, dadas a equação da reta suporte do lado  $\overline{BC}$  e as coordenadas do ponto A.
- c) encontrar a equação da reta suporte da base maior de um trapézio isósceles dadas as coordenadas de seus vértices.
- d) encontrar a equação da reta suporte da altura de um triângulo qualquer, dadas as coordenadas de seus vértices.

RESPOSTA: C

15) A professora Carla está preparando uma aula de geometria analítica na qual abordará os problemas envolvendo retas tangentes às circunferências. Diante da complexidade dos problemas inerentes a esse assunto, ela decide fazer uma lista dos tópicos que necessitarão de uma breve revisão no início desta aula. Qual dos itens a seguir não precisa estar nessa lista?

- a) A fórmula da distância entre um ponto e uma reta.
- b) Se  $r$  e  $s$  são retas perpendiculares, então  $m_r \cdot m_s = -1$ .
- c) Se  $r$  e  $s$  são retas paralelas, então  $m_r = m_s$ .
- d) O significado do discriminante nulo em uma equação do segundo grau.

RESPOSTA: C

16) Enquanto preparava uma aula sobre equação geral da circunferência, a professora Mayara elencou os seguintes exercícios de fixação para praticar com os alunos a tarefa de se determinar as coordenadas do centro e a medida do raio de uma circunferência a partir de sua equação geral.

- A.  $5x^2 + 5y^2 = 3x$
- B.  $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 7 = 0$
- C.  $x^2 + y^2 + 5x - 7y = 0$

Ela julga conveniente que tais exercícios sejam resolvidos durante a aula seguindo a ordem do nível de dificuldade, do ponto de vista da compreensão dos alunos, do mais fácil para o mais difícil. A ordem que ela deve escolher é:

- a) A,B,C
- b) A,C,B
- c) B,C,A
- d) C,B,A

RESPOSTA: C

- 17) A professora Lara destinou uma aula para avaliar os alunos da 2ª série do ensino médio durante seu curso de geometria analítica. Para isso, selecionou os seguintes problemas e, com a turma organizada em pequenos grupos, ela pretende destinar um único problema para cada um deles.

**Problema A:** Determinar o raio de uma circunferência tangente a uma reta, sendo dados o centro da circunferência e a equação da reta.

**Problema B:** Determinar uma equação da reta tangente à circunferência sendo dados a equação da circunferência e o ponto de tangência.

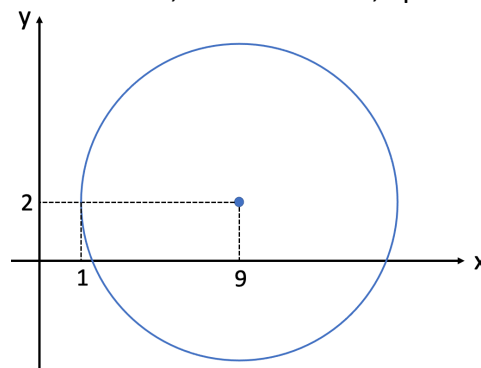
**Problema C:** Determinar uma equação de uma reta tangente à circunferência sendo dados a equação da circunferência e um ponto qualquer da reta.

Contudo, Lara conhece a fundo o nível de proficiência de seus alunos e quer destinar a cada grupo um problema com o nível de dificuldade apropriado para seus integrantes. Qual, das seguintes alternativas, apresenta os problemas em ordem, do mais fácil para o mais difícil?

- a) A, B, C
- b) A, C, B
- c) B, A, C
- d) B, C, A

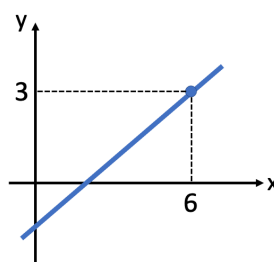
RESPOSTA: A

- 18) Durante uma aula de exercícios, o professor pediu para os alunos representarem graficamente o lugar geométrico dos pontos do plano cartesiano determinado pela equação  $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 64$ . Daniel, um dos alunos, apresentou o seguinte desenho:

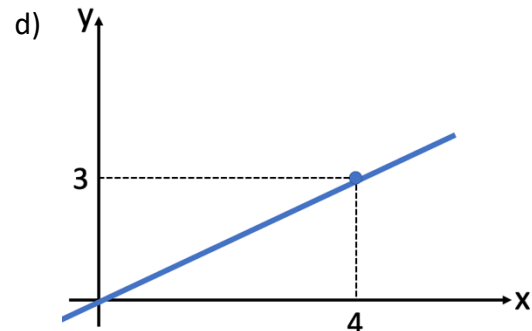
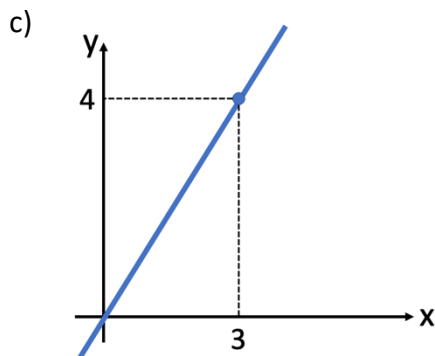
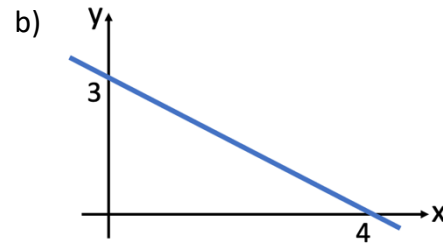
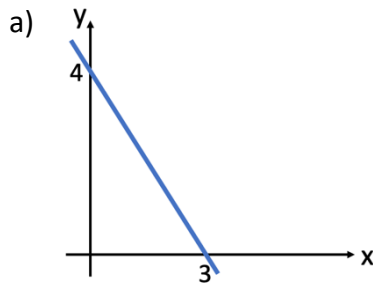


Esse mesmo aluno, na aula anterior, apresentou o seguinte desenho para representar a reta

$$y - 6 = 4(x - 3):$$



Pode-se afirmar, então, que durante a aula de equação segmentária de uma reta, o desenho esperado que esse aluno faça para representar a reta de equação  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$  é:



RESPOSTA: B

19) Observe o diálogo entre Augusto, um aluno questionador, e o professor Diego, ao final de uma aula de geometria analítica

**Augusto:** Às vezes parece que uma mesma pergunta pode ser feita de várias maneiras diferentes nessa matéria

**Diego:** Por que você diz isso?

**Augusto:** Veja, por exemplo, esse exercício que fizemos na aula pedia para calcular a distância entre o ponto  $P(4,3)$  e o eixo das abscissas, mas essa mesma pergunta poderia ter sido feita de outras maneiras.

Na tentativa de explorar o interesse do aluno, o professor sugere que eles tentem formular problemas que justifiquem tal reflexão. Qual das alternativas a seguir não exibe um problema equivalente ao exercício citado por Augusto?

- Determine o raio da circunferência tangente ao eixo  $x$  e cujo centro é o ponto  $(4,3)$ .
- Determine a distância entre as retas de equações  $y = 0$  e  $y = 3$ .
- Determine a medida do menor cateto do triângulo retângulo formado pela origem, pelo ponto  $P(4,3)$  e pelo ponto  $Q(4,0)$ .
- Determine a medida da diagonal de um retângulo cujos vértices são  $(3,0)$ ,  $(0,4)$ ,  $(3,4)$  e a origem.

RESPOSTA: D

20) Durante uma aula sobre lugar geométrico, uma aluna pede para que o professor Leonardo dê mais um exemplo, ilustrando tal conceito e utilizando apenas a fórmula da distância entre um ponto e uma reta. Para atender a solicitação da aluna, o professor pode obter:

- a) A equação da mediatriz de um segmento a partir das coordenadas de suas extremidades.
- b) As equações do par de retas que representam as bissetrizes dos ângulos formados por duas retas, dadas as suas equações.
- c) A equação de uma circunferência a partir da medida do raio e das coordenadas do centro.
- d) Todas as opções atendem à solicitação da aluna.

RESPOSTA: B

21) Em uma aula de geometria analítica, Márcia, uma aluna dedicada, afirmou: “eu sei que o ponto  $P(3,2)$  não pertence à reta  $r:y=-x+4$ , já que suas coordenadas não satisfazem essa equação, mas como posso determinar em qual dos semiplanos determinados por  $r$  ele se encontra?”. Qual das perguntas a seguir é a mais apropriada para provocar em Márcia o raciocínio necessário para encontrar a resposta?

- a) A reta  $y=-x+4$  é crescente ou decrescente?
- b) Qual é o ponto de interseção da reta com o eixo das ordenadas?
- c) Qual a ordenada do ponto da reta cuja abscissa é 3? Essa ordenada é maior ou menor do que 2?
- d) Qual a distância entre o ponto e a reta?

RESPOSTA: C

22) Durante uma aula de geometria analítica sobre elipses, a professora Bruna lançou o seguinte desafio à turma: “Qual dos pontos da elipse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  tem a maior abscissa?”. Pedro foi o primeiro a responder e disse: “A resposta é o ponto  $(3,0)$ ”. Qual dos erros a seguir é o mais provável de que Pedro tenha cometido?

- a) Errou no cálculo da distância focal.
- b) Desconsiderou o valor da excentricidade.
- c) Errou no cálculo do comprimento do semieixo maior.
- d) Confundiu a direção dos eixos da elipse.

RESPOSTA: D